

## Um estudo preliminar sobre a geometria e a óptica quinhentista a partir do tratado *Le scienze matematiche ridotte in tavole* de Egnatio Danti

Fumikazu Saito

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

fsaito@pucsp.br

**Resumo:** Neste trabalho discorremos sobre a organização do saber matemático no tratado intitulado *Le scienze matematiche ridotte in tavole*, publicado em 1577 por Egnatio Danti (1536-1586). Este opúsculo encontra-se dividido em 45 tabelas. Por meio delas, o autor descreve sinopticamente a estrutura e a organização do conteúdo das principais disciplinas matemáticas. Derivadas do *quadrivium* medieval (geometria, aritmética, astronomia e música), as disciplinas matemáticas foram aqui ampliadas de modo a explicitar a subalternação das diferentes *scienze* (*prospettiva*, *specularia*, *gnomonica*, *meteoroscopia*, *dioptrica*, *geografia*, *hidrografia*, *corografia*, *topografia* etc.) e *arti mecanice* (*architettura*, *scultura*, *pittura*, *scenografia*, *machine*, *strumenti astronomici*, *strumenti musicali*, *strumenti geometrici* etc.). Neste estudo preliminar demos especial ênfase a duas tabelas: uma dedicada à geometria, que, em linhas gerais, são classificadas em teórica, prática e mista, e, outra, à *scienza della prospettiva* (entenda-se óptica). A organização proposta por Danti para as relações de subalternação entre geometria e óptica apontam para interessantes aspectos de ordem teórica e prática que preenchem algumas lacunas no que diz respeito ao “saber-fazer” matemático quinhentista.

### Introdução

Este estudo é parte de investigação em que propomos mapear um conjunto de conhecimentos em torno do processo de elaboração e de transformação da noção de espaço em geometria no contexto do saber-fazer matemático quinhentista.<sup>1</sup> Discorro neste estudo sobre a organização do saber matemático no tratado intitulado *Le scienze matematiche ridotte in tavole*, publicado em 1577 por Egnatio Danti (1536-1586), dando especial ênfase às relações de subalternação entre geometria e óptica.

### Geometria e Óptica em *Le scienze matematiche ridotte in tavole*

A família de Danti era originalmente chamada Rainaldi. O nome Danti foi adotado por Giovanni Battista, irmão de Pier Vincenzo, pai de Egnazio, em homenagem a Dante. O nome Egnazio Danti foi adotado por Pellegrino Rainaldi aos treze anos quando ingressou para a

---

<sup>1</sup> Vide: Saito (2008, 2013, 2014<sup>a</sup>, 2014b, 2015, 2016, 2017) e Saito e Bromberg (2015).

Ordem dos Dominicanos. Danti foi cosmógrafo do duque da Toscana (Cósimo de Médici I), professor de matemática na Universidade de Bologna, membro da Comissão Papal para a reforma do calendário, cosmógrafo do Papa Gregório XIII em Roma, e Bispo de Alatri.<sup>2</sup>

Danti não só elaborou, mas também aprimorou vários instrumentos matemáticos, tais como anemógrafo, astrolábio, *radius astronomicus* e gnomons. Além disso, coordenou diversos projetos artísticos e arquitetônicos, e traduziu, editou e publicou muitos trabalhos dedicados a esses instrumentos e às matemáticas. O conjunto de seu trabalho, logo nos revela que o principal interesse de Danti nas matemáticas estava voltado para questões ligadas à astronomia.<sup>3</sup> De fato, dentre seus principais trabalhos, podemos citar: *Trattato dell'uso et della fabbrica dell'astrolabio* (1569), *Dell'uso et fabrica dell'astrolabio et del planisfero* (1578), *La sfera de Proclo Liceu* (1573), *La prospettiva di Euclide* (1573), *Usus et tractatio gnomonis magni* (s.d.), *Le scienze matematiche ridotte in tavole* (1577), *Anemographia* (1578), *La sfera de Sacrobosco* (1579), *Le due regole della prospettiva pratica di... Vignola* (1583), e *Tratatto del radio latino* (1586).

O tratado sobre o qual aqui discorreremos foi publicado em 1577, época em que Danti foi professor de matemática na universidade de Bologna. Além de uma carta e um prefácio, este opúsculo se encontra dividido em 45 tabelas. Por meio delas, Danti descreve sinopticamente a estrutura e a organização do conteúdo das principais disciplinas matemáticas. Derivadas do *quadrivium* medieval (geometria, aritmética, astronomia e música), as disciplinas matemáticas foram aqui ampliadas de modo a explicitar a subalternação das diferentes *scienze* (*prospettiva, specularia, gnomonica, meteoroscopia, dioptrica, geografia, hidrografia, corografia, topografia* etc.) e *arti mecanice* (*architettura, scultura, pittura, scenografia, machine, strumenti astronomici, strumenti musicali, strumenti geometrici* etc.)

Na carta ao Senhor Iacopo Boncompagni, governador geral da Santa Igreja, Danti esclarece-nos que o principal objetivo deste opúsculo é apresentar as ciências das matemáticas (*Scienze delle Matematiche*) numa tabela (um esquema), para que, ao mesmo tempo, seja útil para os peritos e aos principiantes que, só de um golpe de olhar, podem memorizá-las. Assim, ele propõe mapear as ciências matemáticas com vistas a mostrar não só o princípio, mas também o meio pelo qual elas precisam caminhar e o fim onde elas devem chegar.<sup>4</sup> E aqui vale lembrar que, para muitos estudiosos de matemáticas naquele período, as ciências matemáticas deveriam ser alocadas entre as ciências naturais e a metafísica, estabelecendo assim uma relação hierárquica de modo a justificar que a parte matemática precede a natural e, por isso, lhe serve de fundamento.

---

<sup>2</sup> Badia (1898), Righibi-Bonelli (1981).

<sup>3</sup> Heilbron (1999, p. 47-78), Settle (2003), Frangenberg (1988, 1998), Raynaud (2010).

<sup>4</sup> [Carta]: All' Illmo, et Eccellmo, Signore Il Sig. Jacopo Boncompagni, Governatore Generale di Santa Chiesa. Vide: Danti (1577).

Na primeira tabela, Danti define que “a matemática é uma ciência que considera a quantidade abstrata de toda matéria, que possa ser apreendida pelos sentidos externos”.<sup>5</sup> E que ela se divide em dois grandes grupos: 1) aquela segundo os pitagóricos e Boécio e seus seguidores, que consideraram as quantidades discretas e contínuas; e 2) aquela segundo outros estudiosos que as consideraram mais cientificamente, dividida em geral entre: Aritmética e Geometria.<sup>6</sup>

O primeiro grupo refere-se à tradicional organização do *quadrivium* medieval, composta pela geometria, aritmética, astronomia e música. Danti observa que essa divisão é, na realidade, "falsa" porque “... a Música não ensina a doutrina dos números, mas a razão e a proporção do som; da mesma forma, a Astronomia também não ensina a doutrina da quantidade na linha, na superfície e no corpo, mas a natureza e a qualidade do corpo celeste. Não podemos desse modo chamá-las de “verdadeira ciência Matemática” porque não 'comandam' (se referem a) coisa nenhuma da quantidade, nem do número, nem da grandeza, mas da quantidade Física enumerada (*numerata*) e da quantidade Física que tem a grandeza...”<sup>7</sup>

Diferentemente, Danti propõe que a divisão verdadeira é a do segundo grupo, pois as ciências matemáticas são ali tratadas de forma mais “científica”, tendo aqui em consideração o sentido aristotélico de *scientia*, ou seja, um conjunto de conhecimentos demonstrados, que remontam às suas causas. Desse modo, as ciências matemáticas têm por base ou fundamento apenas a geometria e a aritmética, que foram por ele definidas da seguinte maneira:

A aritmética "considera a quantidade abstrata não só da matéria sensível (como é dito), mas também da continuidade, e esse é o número, o qual não tem continuidade ou grandeza (*magnitudine*), como aquele que nasce da unidade, que não tem lugar nem posição".

A geometria "considera a quantidade abstrata, mas contínua como é a linha, a superfície em diversas figuras, e como são os corpos regulares e irregulares de diversas formas".<sup>8</sup>

Segundo Danti, "destas duas dependem muitas ciências, que a elas são subalternadas"<sup>9</sup>. Danti observa que “muitas vezes elas são chamadas médias por estarem entre ciências matemáticas e físicas porque participam da quantidade abstrata da Matemática e da matéria física sensível. Outras vezes são chamadas de físicas, mais do que matemáticas, e outras vezes ao contrário.

---

<sup>5</sup> Tavola prima della divisione dell scient. matematiche, vide: (Danti, 1577, p. 2).

<sup>6</sup> Ibid.

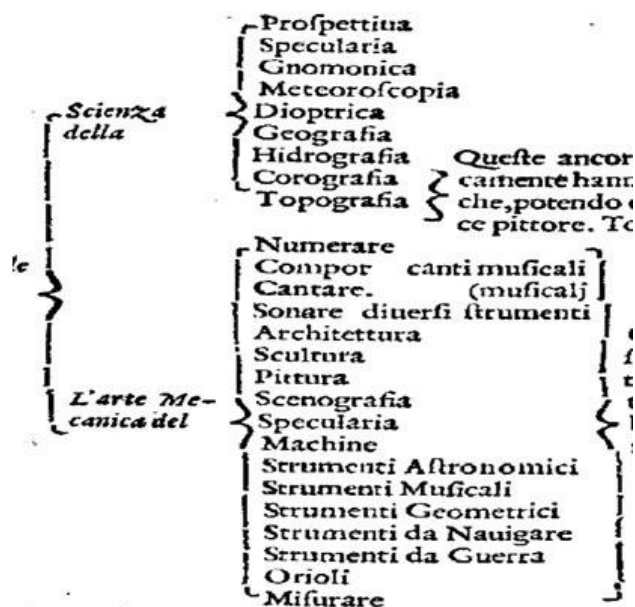
<sup>7</sup> Ibid.

<sup>8</sup> Ibid.

<sup>9</sup> Ibid.

"mas sempre são chamadas subalternas..."<sup>10</sup> Ou seja, nesse sentido, a astronomia e a música seriam ciências que seriam subalternadas à geometria e à aritmética respectivamente.

Assim, observa Danti que, do *quadrivium* derivaram algumas outras ciências subalternadas e muitas artes mecânicas<sup>11</sup>, cujas principais são:



Aqui convém observar que Danti distingue entre ciência (*scienza*) e arte mecânica (*ars*). Embora as ciências e as artes mecânicas sejam subalternadas à geometria e à aritmética, Danti, entretanto, distingue entre aquelas que são orientadas para questões de ordem teórica (e, portanto, demonstrativa) e outras dirigidas para finalidades práticas. As artes mecânicas, dessa maneira, compõem um rol de conhecimentos ligados à matemática prática.<sup>12</sup>

A organização dos saberes matemáticos proposta por Danti inscreve-se nas tradicionais classificações estabelecidas pelos medievais, tendo por base os comentários à *Física* e aos *Analíticos Posteriores* atribuídos a Aristóteles. A discussão teve por base o próprio testemunho de Aristóteles que afirmava que haviam disciplinas que eram mais físicas do que matemáticas. Os comentários e as discussões que se seguiram a esse respeito levaram em consideração, mais do que a disciplinas que compunham o *quadrivium* em si mesmas, as fronteiras entre as ciências matemática e as físicas, conduzindo muitos estudiosos, tais como

<sup>10</sup> Ibid.

<sup>11</sup> Ibid., p. 3.

<sup>12</sup> Ibid.

Avicena, Averróis, Roberto de Grosseteste, Alberto Magno, Tomás de Aquino a justificarem teoricamente a existência de ciências intermediárias.<sup>13</sup>

Mas foi com Alberto Magno, e seu comentário aos *Analíticos Posteriores*, que a discussão passou a focar aqueles aspectos que apontavam para a subalternação das ciências. Desse modo, as ciências como a óptica e a astronomia estariam subordinadas à geometria e, do mesmo modo, a música à aritmética. A geometria e a aritmética, dessa maneira, seriam ciências sublaternantes e forneciam uma demonstração *propter quid* e, a óptica, a astronomia e a música, uma demonstração *quia*.<sup>14</sup> Na mesma esteira de Alberto Magno, Tomás de Aquino propôs que essas ciências subalternadas fossem entendidas como “intermediárias”, entre a física e a matemática. Nesse sentido, por exemplo, a Geometria fornecia o “porquê” no sentido forte de explicação última e a óptica, o “que” e o aplicava aos problemas físicos. Assim, a demonstração *quia* comportava não só a constatação do fato, mas também a descrição das condições nas quais ela se produzia de tal modo a explicar “como” em oposição ao “porquê”. Dessa forma, a óptica pressupunha os teoremas da geometria como demonstrados, tomando as conclusões destes teoremas e as aplicando como princípios ou premissas para provar as conclusões relativas aos teoremas de óptica.<sup>15</sup>

No que diz respeito à geometria, Danti a define como “ciência do bem medir”. Tendo por base a tradição medieval que consagrou a etimologia como critério para captar a essência e o significado de cada ciência, o termo grego *geometria* foi definido por Danti no sentido muito próximo de *agrimensura* ou *terrae mensura*. Desse modo, Danti se refere a três expressões de geometria: teórica (especulativa), prática e mista.<sup>16</sup> Segundo Danti, a geometria teórica ou especulativa é “aquela que considera os princípios (ponto, linha, superfície e corpo) e não aplica o número à grandeza”<sup>17</sup>, a prática, “aquela que mede (comprimento, largura e profundidade) e mostra a quantidade da linha, da superfície e do volume aplicando o número à grandeza”<sup>18</sup>; e a mista, “aquela que considera os princípios e os números na matéria sensível (*materia sensata*)”<sup>19</sup>. Nesse esquema, as geometrias prática e mista estão estreitamente relacionadas às artes mecânicas em oposição à geometria teórica ou especulativa. Notemos aqui que as geometrias prática e mista não estão diretamente ligadas à teórica, uma vez que possuem fins distintos.

---

<sup>13</sup> Vide, principalmente, estudos de: Gagné (1969), Wilks (1990), Nascimento (1998), Tomás de Aquino (1999), Dear (2011).

<sup>14</sup> Gagné (1969), Wilks (1990).

<sup>15</sup> Nascimento (1998), Tomás de Aquino (1999)

<sup>16</sup> Tavola quinta della geometria, vide: Danti (1577, p. 8).

<sup>17</sup> Ibid.

<sup>18</sup> Ibid.

<sup>19</sup> Ibid.

Em outros termos, à geometria teórica, por exemplo, encontra-se subordinada a óptica, ao passo que as geometrias prática e mista fornecem os princípios para a Pintura, a Arquitetura, Cenografia etc. Esse esquema se refere à tradicional distinção feita por Aristóteles entre classificação do conhecimento que fazem parte da *episteme* (*scientia*) e outros da *techne* (*ars*).

### Considerações finais

Enfim, podemos aqui fazer duas considerações, uma mais particular e outra mais geral, a respeito da relação entre a óptica e a geometria.

Embora Danti não seja explícito sobre a subordinação entre geometria teórica, prática e mista, ela se encontra na relação entre as ciências subalternadas, isto é, na relação entre a óptica e as artes da pintura, arquitetura e cenografia por exemplo. Isso porque a pintura, a arquitetura e a cenografia extraem seus princípios da óptica (geométrica). Isso é notório nos comentários de Danti ao tratado de *Prospettiva pratica* de Vignola. Esse tratado tem por objetivo explicar como a visão funciona geometricamente. E nas páginas que introduzem a obra, Danti reproduz a mesma ideia de subordinação. A óptica é assim definida como "uma ciência subalternada à Geometria, que considera a linha visual enquanto visual, e não de forma absoluta como faz a Geometria..."<sup>20</sup>. A partir dessa noção, Danti comenta sobre as duas regras de Vignola para a *costruzione legitima* e apresenta os fundamentos geométricos da perspectiva linear que permite geometrizar o espaço visual.

A outra, mais geral, está relacionada ao mapeamento e às fronteiras entre as ciências matemática e física. Essa análise preliminar nos mostra entre outras coisas que não é possível estabelecer uma relação direta entre *quadrivium*, matemática mista e matemática aplicada. A passagem de uma categoria para a outra não é linear e direta, uma vez que não é possível delinear uma clara fronteira entre essas ciências.

### Referências bibliográficas

BADIA, I del. *Egnazio Danti: cosmografo e matematico e le sue opere in Firenze*. Firenze, 1898.

DANTI, E. *Le scienze matematiche ridotte in tavole...* Bologna: Compagnia della Stampa, 1577.

DEAR, P. "Mixed Mathematics". In: P Harrison, R. L. Numbers & M. H. Shank (eds.). *Wrestling with Nature: From Omens to Science*. Chicago, London: The University of Chicago Press, 2011, pp. 149-172.

---

<sup>20</sup> Tavola xxvi della prospettiva, vide Danti (1577, p. 38).

**8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática – ELBHM**

Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

13 a 16 de agosto de 2018 – Foz do Iguaçu/Paraná/Brasil

FRANGENBERG, T. “Egnatio Danti optics. Cinquecento Aristotelianism and the Medieval Tradition”. *Nuncius*, III (1, 1988): 3-38.

\_\_\_\_\_. “Egnatio Danti on the History of Perspective”. In: R. Sinisgalli (ed.). *La prospettiva: Fondamenti teorici ed esperienze figurative dall’antichità al mondo moderno*. Firenze: Cadmo, 1998, pp. 213-223.

GAGNÉ, J. “Du quadrivium aux scientiae mediae”. In: *Arts liberaux et philosophie au Moyen Age. Actes du IVe congrès internationale de philosophie médiévale, Université de Montréal 27/08 - 02/09/ 1967*. Montréal, Paris: Institut. d’Études Médiévales/J. Vrin, 1969, pp. 975-986.

HEILBRON, J. L. *The Sun in the Church: Cathedrals as Solar Observatories*. Cambridge, London: Harvard University Press, 1999.

NASCIMENTO, C. A. R. do. *De Thomás de Aquino a Galileu*. 2ª ed. Campinas: UNICAMP/IFCH, 1998.

RAYNAUD, D. “Les débats sur les fondements de la perspective linéaire de Piero della Francesca à Egnatio Danti: un cas de mathématisation à rebours”. *Early Science and Medicine*, 15 (2010): 474-504.

RIGHIBI-BONELLI, M. L. "Danti, Egnatio (Pellegrino Rainaldi)". In: C. C. Gillispie (ed.). *Dictionary of Scientific Biography*. New York: Charles Scribner’s Sons, 1981, vol. 3, p. 558-559.

SAITO, F. “Geometria e Óptica no século XVI: a percepção do espaço na perspectiva euclidiana”. *Educação Matemática Pesquisa*, 10 (2, 2008): 386-416.

\_\_\_\_\_. “Instrumentos e o ‘saber-fazer’ matemático no século XVI”. *Revista Tecnologia e Sociedade*, 9 (18 especial, 2013): 101-112

\_\_\_\_\_. “Arte, ciência e magia: manipulando o espaço no século XVI”, in M. M. Moraes (org.). *Formas Imagens Sons: O Universo Cultural da Obra de Arte*. Belo Horizonte: Clio Gestão Cultural e Editora, 2014a, pp. 222-231.

\_\_\_\_\_. “O espaço nas origens da ciência moderna e a sua representação geométrica segundo a perspectiva naturalis e artificialis“. In: P. P. Silva & B. G. Figueiredo (orgs.). *Anais eletrônicos do 14 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, Belo Horizonte, Campus Pampulha da Universidade Federal de Minas Gerais, 08 a 11 de outubro de 2014*. Belo Horizonte: UFMG, 2014b, pp. 1-13.

\_\_\_\_\_. “Alguns aspectos da noção de espaço geométrico no século XVI a partir de um estudo preliminar de duas obras de Francesco Patrizi da Cherso”. In: *XI Seminário Nacional de*

**8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática – ELBHM**

Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

13 a 16 de agosto de 2018 – Foz do Iguaçu/Paraná/Brasil

*História da Matemática, UFRN, de 28/03/2015 a 1/4/2015, Natal, RN, Brasil.* Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2015, pp. 1-19.

\_\_\_\_\_. “Desenhos e instrumentos de medida no processo de transmissão e de apropriação do conhecimento geométrico”. In: M. F. Vásquez, S. Caponi & M. R. B. da Silva (orgs.). *Anais do 15 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia*. Rio de Janeiro: SBHC/UFSC, 2016, 3 vols., V. 1, pp. 457-470.

\_\_\_\_\_. “Número e grandeza: discutindo sobre a noção de medida por meio de um instrumento matemático do século XVI”. *Ciência & Educação*, 23 (4, 2017): 917-940.

\_\_\_\_\_. & C. Bromberg. “Measuring the Invisible: A Process among Arithmetic, Geometry and Music”. *Circumscribere: International Journal for the History of Science*, 16 (2015): 17-37.

SETTLE, T. B. “Egnatio Danti as a Builder of Gnomons. An Introduction”. In: M Beretta, P. Galluzzi & C. Triarico (eds.). *Musa musaei*. Firenze: Leo S. Olschki, 2003, pp. 93-115.

TOMÁS DE AQUINO. *Comentário ao Tratado da Trindade de Boécio: questões 5 e 6*. Trad. e introd. de C. A. R. do Nascimento. São Paulo: Ed. UNESP, 1999.

WILKS, Y. “Christopher Clavius and the classification of sciences”. *Synthese*, 83 (1990): 293-300.