

O “SETOR TRIGONAL” E O “SABER-FAZER” MATEMÁTICO NOS SÉCULOS XVI E XVII

Fumikazu Saito

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
fsaito@pucsp.br

Resumo: Neste trabalho apresentamos o instrumento como suporte que veicula conhecimentos do “saber-fazer” matemáticos dos séculos XVI e XVII, tendo por foco o “setor trigonal” (*trigonal sector*) de John Chatsfeild (fl. 1638). Os setores, muito utilizados por artesãos e artilheiros, eram verdadeiras “calculadoras” que ajudavam a simplificar cálculos bastante laboriosos a partir de finais do século XVI. As diferentes escalas que os compõem permitiam realizar variados cálculos não só aritméticos, mas também geométricos e trigonométricos. Entretanto, diferentemente dos tradicionais setores, que comumente são compostos de duas “pernas”, o “setor trigonal” incorpora num quadrante de círculo dois diferentes tipos de escalas e duas réguas por meio dos quais são realizados diferentes cálculos. Um estudo preliminar das partes desse instrumento, bem como de seu uso, tem revelado diversos aspectos das práticas matemáticas nos séculos XVI e XVII em que “matemáticos” e “praticantes de matemáticas” compartilharam não só técnicas, mas também conhecimentos matemáticos.

Abstract: This work deals with instrument as a material supporting knowledge of “knowing by doing” mathematics in sixteenth and seventeenth centuries, by focusing on the “trigonal sector” by John Chatsfeild (fl. 1638). The sectors, widely used by artisans and gunners, were authentic “calculators” that helped them to simplify laborious calculations from late sixteenth century onward. The different scales that made up these sectors allowed artisans and gunners to perform different types of operations such as arithmetic, geometric and trigonometric calculations. However, unlike the traditional sectors which usually have two “legs”, the “trigonal sector” embodies a quadrant and two different types of scales along with two rulers by which different types of calculations can be performed. A preliminary study considering the parts of trigonal sector and its use has revealed different facets of mathematical practices at that time, when “mathematicians” and “mathematical practitioners” shared not only technical skills, but also mathematical knowledge.

Apoio: CAPES e CNPq/Projeto Universal (proc. no. 484784/2013-7).

1 Introdução

Em 1650, John Chatfeild (fl. 1638) publicou um opúsculo intitulado *The Trigonall Sector*. Este tratado, como muitos outros que saíram das prensas a partir do século XVI, apresenta a descrição da construção e do uso de um instrumento matemático para resolver problemas de ordem prática [Daumas, 1972; Hackmann, 1989; Turner, 1998].¹ Denominado “setor trigonal”, este “instrumento geométrico”, tal como Chatfeild o designou, propiciava estabelecer diferentes relações encontradas entre os lados, os ângulos e as alturas de triângulos.

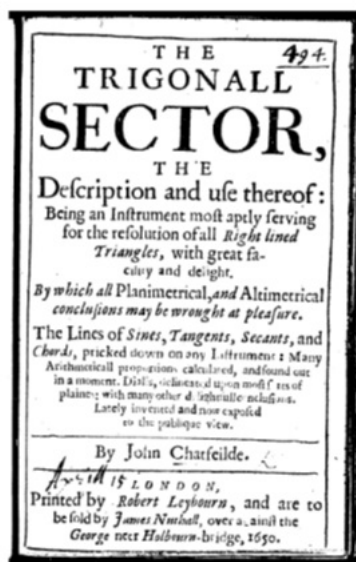


Figura 1: Frontispício da obra [Chatfield, 1650]

Sobre John Chatfeild, pouco sabemos. Segundo Taylor [1954, 236], com base na informação encontrada no *postscript* desse tratado, observa que ele é conhecido apenas por ter descrito o setor trigonal, vendido por Anthony Thompson (fl. 1638–1665), um famoso fabricante de instrumentos que residia em Hosier Lane, em Smithfield, Inglaterra. Além disso, embora o *postscript* mencione que Chatfeild teria desenvolvido outro instrumento, denominado “esfera horográfica” (*Horographical Spheare*) — útil para se compreender a arte de medir o

¹Denominamos “instrumentos matemáticos”, aqueles concebidos para medir o que Aristóteles [1952, 9] denominava “quantidades” (distância e ângulos). Estudos a esse respeito podem ser consultados em: [Bennett, 1991, 1998, 2003; Saito, 2012, 2013]. Sobre os praticantes de matemáticas, consulte: [Taylor, 1954; Bennett 1991, 2003; Hill, 1998; Higton, 2001; Mosley, 2009].

tempo — não temos, entretanto, notícias do instrumento, nem da existência de um tratado que versasse sobre ele.

No que diz respeito ao setor trigonal, não encontramos também registro dele em museus. Referências existentes a seu respeito, portanto, reduzem-se apenas a esse pequeno escrito que, à primeira vista, parece tratar-se mais um instrumento de medida utilizado por praticantes de matemáticas, particularmente agrimensores.²

De fato, sua forma e seus atributos são muito semelhantes aos diferentes quadrantes que foram utilizados desde a Idade Média. Tendo por base o título da obra, o instrumento foi concebido para resolver problemas “planimétricos” (*planimetrica*) e “altimétricos” (*altimetrica*), ou seja, problemas que, desde a Idade Média, vinham se ocupando agrimensores e outros praticantes de matemáticas, que lidavam com a medida no plano (comprimento e largura) e a elevação, no sentido de altura de uma construção (ou monte), ou de profundidade de um poço (ou vale). Esses dois aspectos “planimétricos” e “altimétricos” empregavam diferentes técnicas de medida que sempre estavam relacionados a diferentes tipos de instrumentos matemáticos.³

Podemos dizer que o setor trigonal perpetuava ainda a antiga tradição da *practica geometriae* que remontava ao século XI⁴. Entretanto, ele incorpora outros atributos que não estavam presentes nos instrumentos medievais. Nesse instrumento, as escalas angulares e lineares⁵ são dispostas de tal maneira a permitir o cálculo de relações trigonométricas, tais como senos, tangentes, secantes e comprimentos de cordas para diferentes ângulos. Além disso, vem equipada com “linhas de plano” que auxiliam no cálculo da medida de áreas de diferentes tipos de triângulos (figura 2).

Chatfeild descreveu o instrumento da seguinte maneira:

Ele consiste de uma placa quadrada de metal, ou de madeira, em cujos lados são fixadas lâminas, ou longos filetes, que se projetam um pouco além da placa nas beiradas dos lados. Além disso, contém dois marcadores que são fixados em duas extremidades de um dos lados da placa. Estes marcadores movem-se em torno de seus respectivos centros (ou extremidades) e podem ser aplicados um sobre o outro de modo a cruzarem-se e a formarem um ângulo entre si. Este ângulo deverá completar 180 gr. juntamente com os ou-

²Sobre os agrimensores consulte, [Lewis, 2001; Vitruvius, 1999; Thulin, 1913].

³Vide, por exemplo, os tratados de [Bartoli, 1564; Fineo, 1556; Danti, 1586].

⁴Sobre a *practica geometriae*, consulte [Zaitsev, 1999; Hugh of Saint Victor, 1961; 1991].

⁵Denominamos essas escalas “lineares” apenas para distingui-las de outras que se encontram marcadas em “graus”, aos quais doravante serão referenciadas por “angulares”.

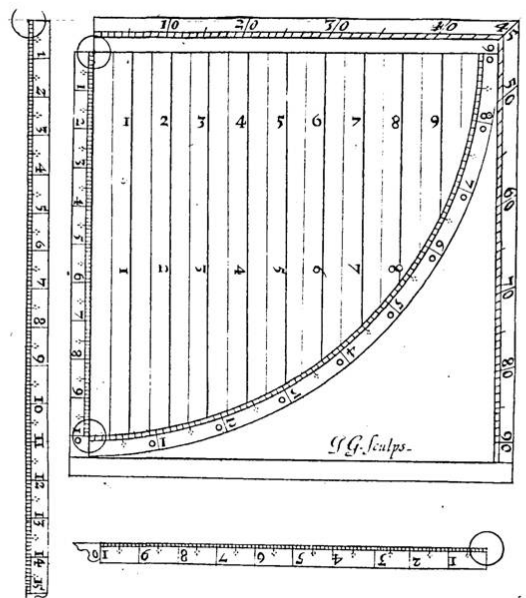


Figura 2: O setor trigonal [Chatfield, 1650, “contracapa”]

tros dois ângulos formados pelos dois marcadores e o Raio, isto é, o lado do quadrado que contém os dois centros onde são fixados os marcadores (...). [Chatfeild, 1650, 1-2, tradução nossa].

Por outras palavras, o instrumento possui três escalas “lineares” que se encontram divididas em 100 partes iguais. Essas escalas podem ser ajustadas uma sobre a outra, ou seja, sobre os marcadores, tal como podemos observar na figura 3. Além disso, as lâminas do lado esquerdo e superior do instrumento encontram-se marcadas em “graus” (a da esquerda até 45° e a superior, 90°). Soma-se ainda, a inscrição de um quarto de círculo em seu interior, graduado de 0 a 90° , cujo centro coincide com o centro do marcador do lado esquerdo. E na superfície desse quarto de círculo são traçadas linhas paralelas ao “Raio” (denominadas “linhas de plano”), isto é, à lâmina inferior, que se encontra graduada de 1 a 10, tal como uma das escalas lineares. A distância dessas linhas paralelas corresponde exatamente às divisões da escala linear e são numeradas de 1 a 10 como na figura 3.

O instrumento, dessa maneira, possibilitava “construir” nele diferentes tri-

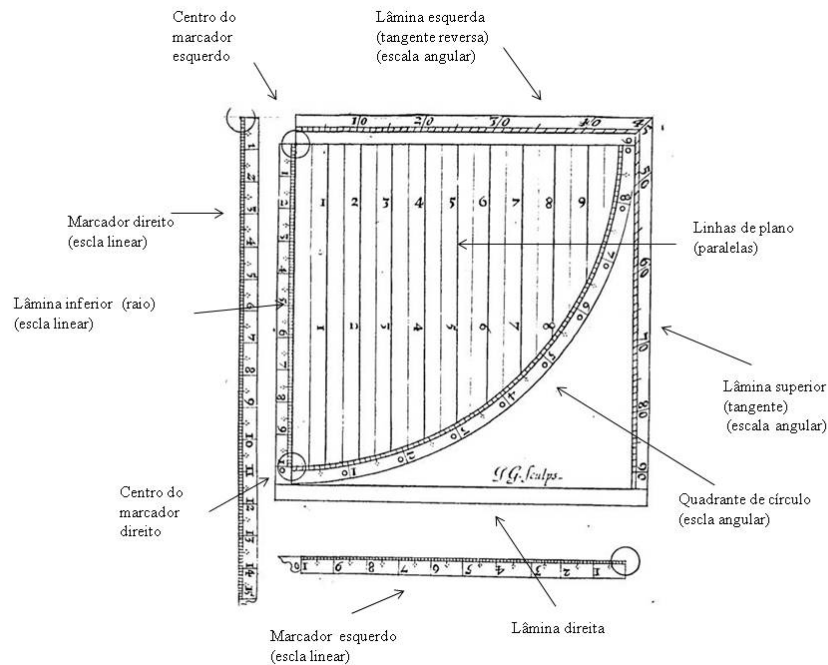


Figura 3: As partes do setor trigonal (figura nossa)

ângulos pela simples sobreposição das lâminas móveis, tais como podemos observar na figura 4. A construção desses triângulos, ou melhor a “representação de diferentes triângulos (retângulo, acutângulo, obtuso)”, tal como se refere Chatfeild, parece ser a característica principal desse setor. Por meio da representação de diferentes triângulos, o instrumento permitia realizar diferentes tipos de cálculo.

O setor trigonal, como muitos outros do mesmo tipo fabricados naquela época, era um instrumento que possibilitava realizar cálculos laboriosos. Em seu tratado, Chatfeild descreve quatorze operações que poderiam ser executadas utilizando-se o instrumento.⁶ Essas operações incluem o cálculo de tangente, de secante, de seno, de medidas de áreas de triângulos, divisão de números, extração de raízes quadrada e cúbica etc. Entretanto, diferentemente de outros setores comuns naquela época, que continham variadas linhas e escalas (lineares, trigonométrica, de planos, de volumes, de polígonos etc.), o setor tri-

⁶Chatfeild fornece em seu tratado quatorze instruções para manusear o instrumento. Vide: [Dias e Saito, 2014].

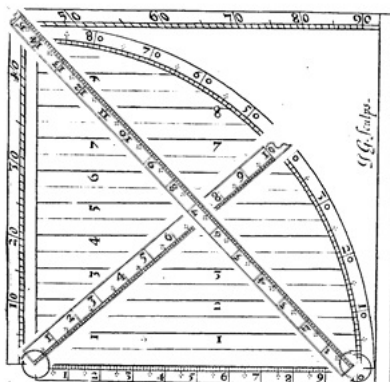


Figura 4: Diferentes triângulos podem ser “construídos” por meio das lâminas (figura nossa)

gonal parece ser um instrumento mais simples, visto que traz inscrito apenas dois tipos de escalas: linear e angular.

Se considerarmos o frontispício da obra que anuncia que este instrumento “... é muito mais adequado para resolver [problemas] em todos os *triângulos retângulos* com maior facilidade e deleite...” (figura 1), poderíamos concluir que se tratava de um instrumento mais fácil e mais “prático” de ser manuseado, comparado aos setores disponíveis a navegadores, astrônomos e agrimensores naquela época. Contudo, uma primeira análise desse tratado revelou-nos que o setor trigonal provavelmente nunca foi utilizado, efetivamente, pelos praticantes de matemáticas. Como veremos a seguir, embora seja possível realizar cálculos razoavelmente precisos com bastante facilidade, há indícios de que esse instrumento era utilizado para iniciar os estudantes nas matemáticas, principalmente ao estudo das propriedades dos triângulos, e instruir navegadores, agrimensores, e outros interessados em matemáticas no uso de setores.

2 Setores e compassos

O setor é um instrumento composto por “duas pernas” e geralmente é confundido, por causa de sua semelhança, com o compasso de proporção (*proportional compass*), inventado no século XVI. A confusão de terminologia tornou-se mais acentuada à medida em que novos atributos começaram a ser incorporados a esse instrumento. Alguns fabricantes de instrumentos ao longo dos sé-

culos XVI e XVII passaram a combinar alguns aspectos do setor aos compassos, mantendo, entretanto, o mesmo nome.

Utilizados para realizar diversas operações aritméticas, principalmente multiplicação e divisão, e também trigonométricas, os setores eram instrumentos muito úteis e populares até o século XVIII, quando então foram gradativamente substituídos pelas réguas de cálculo [Hopp, 1999]. Esses instrumentos surgiram numa época em que a navegação, a artilharia, a agrimensura e a crescente exigência de cálculos mais sofisticados para atender os estudiosos de filosofia natural e astronomia demandavam por métodos mais eficientes para realizar cálculos bastante laboriosos.

Embora não se tenha notícias da origem dos setores, sabe-se que foram inventados por diferentes fabricantes de instrumentos e praticantes de matemáticas no século XVII. Estudiosos ingleses atribuem-no a Thomas Hood (fl. 1577–1598), médico e *fellow* do Trinity College, Cambridge [Taylor, 1954, 179]. Hood publicou, em 1598, um tratado intitulado *The Making and use of the Geometricall Instrument called a sector*, em que descreveu o instrumento e os seus diferentes usos, organizados em diversos “exercícios” [Hood, 1598].

Por outro lado, no continente europeu, a invenção do instrumento é atribuída aos italianos. De fato, o setor mais conhecido e famoso, certamente, é o *compasso geometrico e militare* de Galileu Galilei (1564–1642). Esse instrumento, que não era um invento original, mas um aperfeiçoamento de antigos compassos, foi dirigido para facilitar operações em problemas práticos de engenharia e de arquitetura militar. A esse respeito, é bem conhecido dos historiadores da ciência a controvérsia entre Galileu e Baldassare Capra (1580–1626) que alegou que Galileu o tinha plagiado [Drake, 1995, 120–121].

É difícil reconstruir as circunstâncias pelas quais Galileu e Hood desenvolveram seus instrumentos. Os setores têm por base técnicas e dispositivos antigos que já eram bastante conhecidos e disseminados entre artesãos e alguns filósofos naturais e matemáticos [Camerota, 2000]. Na península itálica, por exemplo, encontramos a *squadra* de Niccolò Tartaglia (1499–1557), descrito em *Della nova scientia* (1550) e *Quesiti et inventioni diverse* (1554)⁷. A *squadra* foi utilizada por Tartaglia e pelos artilheiros para medir a inclinação do canhão de modo a encontrar o melhor ângulo de disparo. Esse instrumento, que era uma combinação de esquadro de carpinteiro com um quadrante (um quarto de círculo) dividido em 12 arcos iguais, com um fio de prumo anexado ao seu vértice, era bem conhecido por Galileu [Drake, 1995, 38]. Segundo Drake, Galileu te-

⁷ Consultamos a edição fac-símile organizada por Arnaldo Masotti [Tartaglia, 1959] e a edição [Tartaglia, 1606]. A *squadra* encontra-se descrita em Tartaglia [1606, “Epistola”] e em Tartaglia [1606, I, 8; 1558, I, 5r].

ria adicionado ao quadrante da *squadra* outras escalas, dividindo-o em vários graus de modo a ser útil em observações astronômicas. Além disso, ele teria anexado uma dobradiça ao vértice e incluído ainda outras escalas nas duas lâminas do esquadro, tal como fizera Guidobaldo del Monte (1545–1607) em outro instrumento por ele inventado [Drake, 1995, 39, 44–45]. Assim, com essas mudanças e a introdução de novas escalas, Galileu teria transformado o antigo instrumento num “instrumento de calcular” ao qual ele denominara *compasso geometrico e militare* [Drake, 1977].

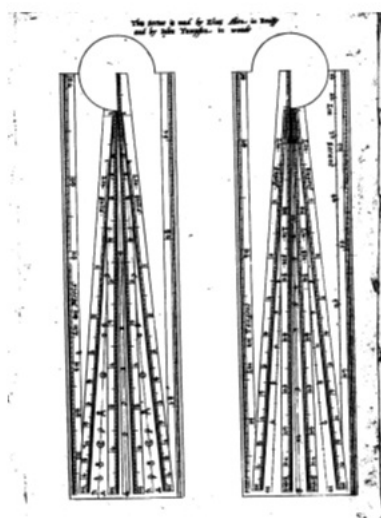


Figura 5: Setor de Gunter [Gunter, 1623].

No que diz respeito ao setor de Hood, este parece ter sido inspirado pelo instrumento em forma de um compasso plano e achatado encontrado na obra de Petrus Ramus (1515–1572), intitulado *Arithmeticae libri duo*, publicado em 1569. Nessa obra, Ramus descreve um compasso com as pernas achatadas nas quais se encontram inscritas escalas de medida [Ramus, 1569, I, 2]. Além disso, o setor parece ter sido um instrumento bem conhecido dos praticantes de matemáticas ingleses. Estudos em história da ciência têm revelado que tanto Hood, quanto Edmund Gunter (1581–1616), conhecido professor de astronomia de Gresham College entre 1619 e 1626, tinham conhecimento dele naquela época. Segundo Taylor [1954, 196], Gunter já havia publicado um tratado em latim descrevendo o setor e seu uso por volta de 1607. Esse tratado teria circulado pouco naquela época, diferentemente da versão em vernáculo, inti-

tulada *Description and vse of the Sector*, publicada em 1623, que ganhou ampla repercussão.

Galileu e Hood utilizaram de forma intercambiável o termo “compasso” e “setor”. Isso porque esses dois instrumentos se assemelhavam em vários aspectos e eram descritos em diferentes tratados dedicados à astronomia, navegação, arquitetura, desenho e agrimensura. O que aproximava esses dois instrumentos, entretanto, não era apenas a sua forma, mas também o propósito para o qual foram desenvolvidos.

Um dos fatores que impulsionou o desenvolvimento desses instrumentos foi a necessidade de encontrar meios para medir pequenas grandezas. Assim, em meados do século XVI, compassos de proporção (*proportional compass*) foram inicialmente concebidos para aprimorar os astrolábios e outros instrumentos utilizados na observação astronômica, permitindo medir com mais precisão a mínima fração de grau [Camerota, 2000, 9].

É difícil também rastrear a origem desses compassos, mas pode-se dizer que ele era muito utilizado por desenhistas e arquitetos, pois, além de ser útil para reduzir ou aumentar as dimensões dos desenhos proporcionalmente, o instrumento possibilitava inscrever polígonos regulares em círculos e calcular as raízes quadradas e cúbicas de números.

No que diz respeito a sua composição, o compasso de proporção (*proportional compass*) é constituído de “duas pernas” como um compasso comum. Entretanto, o pino que une as “duas pernas”, que pode ser móvel ou não, era localizado no centro do compasso (figura 6). Quando o compasso era aberto, os dois pares de “pernas” (as de cima e as de baixo), se estendiam, permitindo medir a distância entre dois pontos. Dependendo da posição do pino, a distância de dois pontos (os de baixo, por exemplo) encontrava seu correspondente proporcional nos outros dois pontos (os de cima).

Embora fosse bastante versátil, o compasso de proporção (*proportional compass*) era, entretanto, limitado. O instrumento tinha uso restrito, visto que o fabricante não podia inscrever nele diferentes escalas, além daquelas permitidas pelas estreitas “pernas”. Desse modo, ele foi modificado, mantendo, entretanto, sua concepção básica, tal como mencionamos no caso do *compasso geometrico e militare* de Galileu. Ou seja, as “duas pernas” do compasso foram achatadas e receberam diferentes “linhas” ou escalas, permitindo-lhe realizar diferentes operações aritméticas, tais como a multiplicação e a divisão.

Podemos dizer que a principal diferença entre o setor e o compasso de proporção (*proportional compass*) está no maior número de escalas que o setor permite que nele se inscreva. Os dois instrumentos têm por base o princípio da semelhança de triângulos, porém as diferentes escalas geométricas empa-



Figura 6: *proportional compass* [Barrow, 1792].

relhadas nas duas pernas do setor fazem dele um instrumento muito mais versátil.

Contudo, o setor também sofreu modificações, recebendo novas e diferentes escalas e outros atributos ao longo ao século XVII. Surgiram variadas versões do instrumento que adotaram recursos adicionais com vistas a desenvolver um instrumento universal que permitisse medir e realizar todos os tipos de cálculo. O instrumento dessa maneira se tornou cada vez mais complexo e sofisticado de modo que o seu manuseio passou a requerer conhecimentos técnicos e matemáticos mais sólidos para poder operá-lo. Assim, é nesse contexto em que o uso de setores se disseminava entre os diferentes segmentos da sociedade, requisitando cada vez mais recursos da arte de medir e de calcular, que o setor trigonal de Chatfeild deve ser compreendido.

3 O setor trigonal

Como já mencionamos, há fortes razões para supor que este instrumento foi concebido para instruir navegadores, agrimensores e outros interessados em

matemáticas no uso de setores. De fato, na introdução à obra, em *Ao leitor*, Chatfeild observa que a obra é útil para aprendizes e para mestres na arte de medir e calcular:

Tu tens aqui apresentado, para tua apreciação, a descrição e o uso de um Instrumento Geométrico por meio do qual (se tu és ainda um aprendiz) podes compreender, corretamente, a doutrina dos triângulos com maior facilidade: mas se tu já avançaste nas maiores dificuldades, e és um Mestre nessa arte, sem dúvidas, mesmo assim, tu encontrarás algo aqui que te interessará e que, talvez, possa ajudar-te a realizar aquelas coisas com maior rapidez e facilidade do que costumavas a fazê-las (...). [Chatfeild, 1650, “To the Reader”, tradução nossa].

São várias as razões que nos faz suspeitar que o setor trigonal era um instrumento utilizado para introduzir o agrimensor, astrônomo ou navegador no uso do setor. Um dos primeiros indícios é a inexistência (pelo menos até o momento) do instrumento em museus. Muitos setores sobreviveram e estão depositados em museus ou fazem parte de coleções particulares. Isso parece indicar que este instrumento, se foi construído e efetivamente utilizado, não sobreviveu porque não era comum utilizá-lo. Isso não significa, entretanto, que ele não tenha sido fabricado. Provavelmente, foi construído e utilizado por aqueles que buscaram instrução na obra de Chatfeild para aprender a manusear setores, tal como o de Gunter, por exemplo. Assim, não seria forçoso afirmar que o *Trigonall sector* de Chatfeild era uma espécie de livro-texto.

Convém aqui observar, entretanto, que devemos tomar o cuidado de não considerar o *Trigonall sector* como um “manual faça-você-mesmo”, visto que os diferentes tratados publicados até o século XIX não eram ainda manuais práticos [Saito, 2012; Saito e Dias, 2011; 2013]. Além disso, é importante ter em mente que naquela época os livros não eram acessíveis a qualquer pessoa, nem se encontravam dispostos em uma prateleira tal como os encontramos nas livrarias nos dias de hoje. Os livros eram encomendados ao livreiro, o que significa que o leitor do *Trigonall sector* fazia parte de um público que conhecia as potencialidades do instrumento.

De fato, o tratado era vendido na oficina de Anthony Thompson (fl. 1638–1665), um famoso fabricante de instrumento em Londres naquela época. Segundo Taylor [1954, 220–221], Anthony sucedera John Thompson (fl. 1609–1648) que, segundo Set Patridge (1603–1686), outro bem conhecido agrimensor e praticante de matemáticas, era o artífice de Samuel Foster (fl. 1619–1652), professor de geometria no Gresham College em 1648. Além disso, Anthony esteve envol-

vido com a fabricação de setores tendo, inclusive, modificado o setor de Gunter nas últimas edições de *Workes of Gunter*.

Assim, considerando-se essa rede de relações de Chatfeild, podemos dizer que o *Trigonall sector* era uma obra destinada a um público que não só era versado em matemáticas e envolvidos com a fabricação e o uso de instrumentos matemáticos, mas também àqueles que buscavam instrução para aprender a usar os setores. Um dos indícios a esse respeito encontra-se no próprio instrumento descrito por ele. Embora o setor trigonal seja bem simples em sua composição, o instrumento, entretanto, sintetiza os principais atributos e funções de um setor. Apresentamos a seguir três dessas funções e seus respectivos atributos.

3.1 Encontrando tangentes e secantes⁸

Depois de discorrer sobre os diferentes tipos de triângulos (equilátero, isósceles e escaleno), Chatfeild fornece instruções para representação de um triângulo retângulo no setor, movendo a lâmina do lado direito, conforme figura 7.

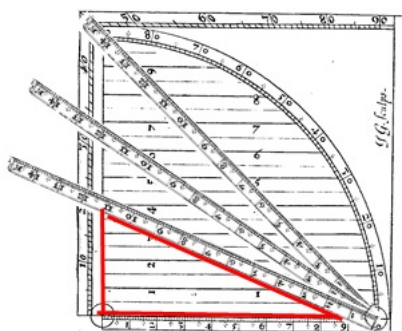


Figura 7: representação de triângulos retângulos (figura nossa)

Considerando-se que o raio (a lâmina fixa inferior) tem 100 partes e que o ângulo de abertura do setor (lâmina que se move) é, por exemplo, 45° , a tangente pode ser encontrada na lâmina do lado esquerdo, assim como a secante, conforme figura 8.

No caso do ângulo de abertura do setor exceder os 45° , Chatfeild instrui que é necessário tomar o seu complemento para poder encontrar a tangente e a secante:

⁸Cf. [Chatfeild, 1650, 9–10].

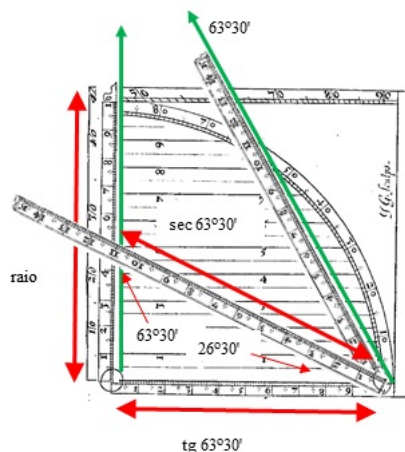


Figura 9: tangente e secante de ângulos superiores a 45° (figura nossa)

e a secante na lâmina do marcador do lado direito. Como o raio foi reduzido pela metade, logo a tangente será 2000, a secante 2240.

3.2 Multiplicando e dividindo dois números¹⁰

Chatfeild observa que: “Como 1 [está] para o multiplicador, assim, o multiplicando, [está] para o produto” [Chatfeild, 1650, 13]. As “linhas de planos”, isto é, as linhas paralelas inscritas no interior do quadrante, são os multiplicadores. Os números na escala da lâmina do marcador esquerdo (graduada de 1 a 10) são os multiplicandos. Desse modo, o produto será dado na intersecção entre o número da lâmina do marcador direito com “a linha de plano”, conforme figura 10.

Por exemplo, para multiplicarmos 5 por 5, devemos proceder da seguinte maneira: 1) posicionar o multiplicador, isto é, girar a lâmina até a “linha de plano” 5. Em seguida, deve-se buscar na própria lâmina o multiplicando, isto é, o número 5. O produto será indicado pela “linha de plano” que, neste caso, é 2,5.

No caso da divisão de dois números, o procedimento é inverso, pois, segundo Chatfeild, “... Porque, como o divisor é 1; assim, o dividendo, [está] para o quociente” Chatfeild, 1650, 14]. Os divisores são as “linhas de plano” e o dividendo os números na lâmina. Desse modo, o quociente é encontrado na intersecção no número da lâmina do marcador com “a linha de plano”.

¹⁰Cf. [Chatfeild, 1650, 13–15].

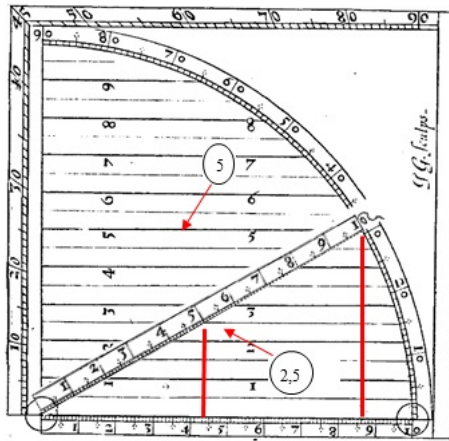


Figura 10: multiplicação de dois números (figura nossa)

Por exemplo, para dividirmos 9 por 3, tomemos inicialmente o divisor que é dado pela “linha de plano” 5. Em seguida, devemos localizar o dividendo, 8, na escala da lâmina. Desse modo, posicionamos o dividendo sobre o divisor, isto é, movemos a lâmina até o número 8 encontrar-se com a “linha de plano” 5. O quociente estará sempre na intersecção entre a “linha de plano” 1 e a lâmina, conforme figura 11.

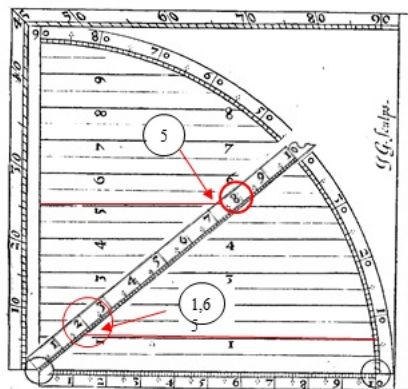


Figura 11: divisão de dois números (figura nossa)

Convém observar que Chatfeild não justifica matematicamente cada procedimento em seu tratado. A operação aritmética de multiplicação e divisão

no setor estava baseada na semelhança de triângulos e seria facilmente demonstrada naquela época, visto que os *Elementos* de Euclides já se encontravam publicados.

A ausência de demonstrações, desse modo, é outro indício de que o setor trigonal era destinado aos aprendizes e a outros interessados em matemáticas. Isso significa que o público a quem se destinava esse tratado tinha bons conhecimentos de geometria. Ou, se não os tinha, poderia ser iniciado ao estudo dos triângulos e suas propriedades por meio desse instrumento. Além disso, é preciso considerar que esse instrumento era bastante impreciso comparado aos setores que existiam naquela época, aspecto este que reforça a ideia de que o setor trigonal não era efetivamente utilizado.

3.3 Calculando a medida da área de qualquer triângulo¹¹

O setor trigonal permite a representação de diferentes triângulos em seu quadrante. Para calcular a medida da área de qualquer um desses triângulos basta apenas recorrer a tradicional relação de cálculo de medida de área. Desse modo, se tivermos um triângulo conforme figura 12, basta apenas multiplicar a altura dada pelas “linhas de plano” por 5, visto que a base sempre mede 10.

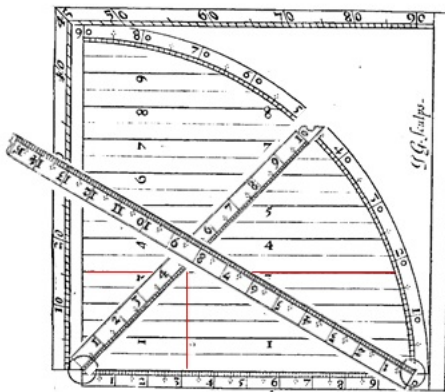


Figura 12: Calculando a medida da área de um triângulo (figura nossa)

Embora o setor trigonal ilustre de forma simplificada as operações básicas de um setor, fornecendo o princípio matemático em que ele está baseado, o instrumento traz, entretanto, algumas inovações. Note que nesse último caso

¹¹Cf. [Chatfield, 1650, 13].

aqui apresentado, o da representação da área de um triângulo qualquer, o instrumento mobiliza duas lâminas (o da direita e o da esquerda). Esta segunda lâmina, o da direita juntamente com o quadrante e o raio (a lâmina fixa na base do instrumento) formam um segundo setor. O setor trigonal, dessa maneira, sobrepõe dois setores que permite construir todos os tipos de triângulos e calcular nele as relações entre lados e ângulos. Foi provavelmente pela possibilidade de manusear os três ângulos de um triângulo num único setor que o instrumento recebeu a designação “trigonal”.

4 Considerações finais

Para concluir, queremos observar que o nome John Chatfeild pode ser um pseudônimo embora nada possamos afirmar a esse respeito. Entretanto, isso é de pouca relevância. O que temos que considerar é o fato de que a publicação do *Trigonall sector* atendia a crescente demanda por técnicas que permitissem realizar operações cada vez mais laboriosas. No que diz respeito ao conhecimento matemático, esse instrumento mobiliza diferentes conceitos geométricos (e trigonométricos), bem como aritméticos. A aproximação entre grandezas geométricas e aritméticas é assim um aspecto que necessita ser melhor explorada, visto que naquela época essas duas expressões da matemática eram consideradas distintas. Além disso, atenção especial deve ser dada à ordem dos assuntos que nos revela um conjunto de ideias que pode nos dar acesso à organização dos conteúdos matemáticos daquela época. Se o tratado era destinado aos aprendizes, a sequência e a organização dos assuntos pode revelar outros aspectos interessantes da construção do conhecimento matemático seiscentista. Dentre esses aspectos é necessário considerar a aproximação entre a geometria e aritmética na resolução de problemas ligados ao cômputo dos números. Do ponto de vista epistemológico, esse setor aponta para uma nova noção de “cálculo” (ou logística, como era mais conhecido), preparando o caminho que se desdobraria nas concepções de base das máquinas aritméticas de calcular e nas régua de cálculo a partir do século XVII. Diferentemente de um “ábaco”, o setor trigonal sintetiza não só o conhecimento matemático compartilhado por eruditos e práticos, mas também o seu movimento no contexto da ciência moderna. O setor trigonal é um dos belos exemplares que ilustram o processo de difusão e apropriação de conhecimentos de diferentes ordens na medida em que veicula diferentes saberes no “saber-fazer” matemático de uma época.

Referências

- Aristóteles. Categories. In: *The Works of Aristotle*. Encyclopaedia Britannica, Chicago/London/Toronto/Geneva, vol. I. 5–21, pp. 9–11.
- Barrow, J., 1792. *A description of pocket and magazine cases of Mathematical Drawing Instruments, in which is explained the use of each instrument, and particularly of the sector and plain scale, in the solution of a variety of problems likewise the description, construction, and use of Gunter's scale*. Illustrated with copper-plates. By John Barrow, private teacher of the mathematics. J. and W. Watkins, London.
- Bartoli, C., 1564. *Cosimo Bartoli Gentil'huomo, et accademico Fiorentino, Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive, & tutte le altre cose terrene...* Francesco Franceschi Sanese, Venetia.
- Bennett, J. A., 1991. The challenge of practical mathematics. In: Pumfrey, S., Rossi, P. L., Slawinski, M. (Eds.). *Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe*. Manchester University Press, Manchester/New York, pp. 176–190.
- _____, 1998. Practical Geometry and Operative Knowledge. *Configurations* 6, 195–222.
- _____, 2003. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for? *British Journal for the History of Science* 36/2, 129–150.
- Camerota, F., 2000. *Il compasso di Frabrizio Mordente: Per la storia del compasso di proporzione*. Leo S. Olschki, Firenze.
- Chatfeild, J., 1650. *The Trigonall Sector; The Description and the use therof: Being an Instrument most aptly serving for the resolution of all Right lined Triangles, with great facility and delight. By which all Planimetrical, and Altimetrical conclusions may be wrought at pleasure. the Lines of Sines, Tangents, Secants and Chords, pricked down on any Instrument: Many Arithmetical proportions calculated, and found out in a moment. Dialls, delineated upon most sorts of plaines: with many other delightfull conclusions*. Robert Leybourn, London.
- Danti, E., 1586. *Trattato del radio latino. Istrumento giustissimo & facile più d'ogni altro per prendere qual si voglia misura, & positione di luogo, tanto in Cielo como in Terra... Inventato dall'Illustrissimo & Eccellentissimo Signor Latino Orsini, Con li Commentarij del Reverendo Padre Maestro Egnatio Danti dal Perugi...* Marc Antonio Moretti & Iacomo Brianzi, Roma.

- Daumas, M., 1972. *Scientific Instruments of the 17th & 18th Centuries and their Makers*. Portman Books, London.
- Dias, M. S. e Saito, E., 2014. Algumas potencialidades didáticas do “setor trigonal” na interface entre história e ensino de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa* 16/4, 1227–1253.
- Drake, S., 1977. Tartaglia’s Squadra and Galileo’s Compasso. *Annali dell’Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze* 2, 35–54.
- _____, 1995. *Galileo at Work: His Scientific Biography*. Dover, New York.
- Fineo, O., 1556. *La composition et usage du Quarre Geometrique, par lequel on pu mesurer fidelement toutes longueurs, hauteurs, & profunditez,...* Gilles Gourbin, Paris.
- Gunter, E., 1623. *The Description and Vse of the Sector, for such as are studious of Mathematical practise*. Willian Iones, London.
- _____, 1653. *The Workes of Edmund Gunter, Containing the Description of the Sector, Cross-staff, and other Instruments; With a Cannon of artificial Sines & Tangents &c. Much enlarged by the Author. Together with a new Treatise of Fortification Whereunto is now added the further use of the Quadrant fitted for daily practise by S. Foster late Professor of Astronomie in Gresham College London*. Third Edition. London.
- Hackmann, W. D., 1989. Scientific Instruments: Models of Brass and Aids to Discovery. In: Gooding, D., Pinch, T., Schaffer, S. (Eds.). *The Uses of Experiment: Studies in the Natural Sciences*. Cambridge University Press, Cambridge/New York, pp. 39–43.
- Higton, H., 2001. Does using an instrument make you mathematical? Mathematical practitioner of the 17th century. *Endeavour* 25/1, 18–22.
- Hill, K., 1998. “Juglers or Schollers?”: negotiating the role of a mathematical practitioner. *British Journal for the History of Science* 31, 253–274.
- Hood, T., 1598. *The Making and use of the Geometricall Instrument, called a Sector*. London.
- Hopp, P. M., 1999. *Slide Rules: Their History, Models, and Makers*. The Astragal Press, Mendham.
- Hugh of Saint Victor, 1961. *The Didascalicon of Hugh of St. Victor: A medieval guide to the arts* (J. Taylor, Ed.). Columbia University Press, New York/London.
- _____, 1991. *Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh*

- of St. Victor* (F. A. Homann, ed.). Marquette University Press, Milwaukee/Wisconsin.
- Lewis, M. J. T., 2001. *Surveying instruments of Greece and Rome*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Mosley, A., 2009. Early Modern Cosmography: Fine's *Sphaera Mundi* in Content and Context. In: A. Marr (Ed.). *The Worlds of Oronce Fine: Mathematics, Instruments and Print in Renaissance France*. Shaun, Tyas, Donington, pp. 114–136.
- Ramus, P., 1569. *Arithmeticae Libri duo, Geometriae septem et viginti*. Basilea.
- Saito, F., 2012. History of Mathematics and History of Science: Some remarks concerning contextual framework. *Educação Matemática Pesquisa* 14/3, 363–38.
- Saito, F e Dias, M. S., 2011. *Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI*. Sociedade Brasileira de História da Matemática, Natal.
- _____, 2013. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação*, 19/1, 89–111.
- Tartaglia, N., 1554. *Quesiti et inventioni diverse de Niccolò Tartaglia, di novo restampati con una giunta al sesto libro, nella quale si mostra duoi modi di redur una Citta inespugnabile. La divisione et continentia di tutta l'opra nel seguente foglio si trovava notata*. (A. Masotti, ed.), Appresso de l'autore. Facsimilar reprint of the edition of 1554, including introduction by A. Masotti: Ateneo, Brescia, 1959.
- _____, 1606. *Opere del famosissimo Nicolo Tartaglia cioè quesiti, nova scientia, travagliata inventione, ragionamenti sopra Archimede*. Venetia.
- Taylor, E. G. R., 1954. *The Mathematical Practitioners of Tudor & Stuart England*. Institute of Navigation/Cambridge University Press, Cambridge.
- Thulin, C. O. (ed.), 1913. *Corpus Agrimensorum romanorum I. Opuscula agrimensorum veterum*. Teubner, Leipzig.
- Turner, G. L. E., 1998. *Scientific instruments, 1500–1900: an introduction*. P. Wilson/ University of California Press, Berkeley/London.
- Vitrúvio, 1999. *Da Arquitetura*. Hucitec/Fundação Para a Pesquisa Ambiental, São Paulo.
- Zaitsev, E. A., 1999. The Meaning of Early Medieval Geometry: From Euclid and Surveyor's Manuals to Christian Philosophy. *Isis* 90, 522–553.