

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A CONCEPÇÃO DE ESPAÇO GEOMÉTRICO NO SÉCULO XVI

Fumikazu Saito

A primeira questão que os estudantes comumente levantam é "por que o século XVI?". De fato, poderíamos iniciar a discussão sobre a noção de espaço desde a Antiguidade e percorrer milênios de desenvolvimento matemático até os dias de hoje. Ou pelo menos desde a Antiguidade Clássica até o século XVII, selecionando eventos e documentos que, de certa maneira, parecem lançar luz sobre as diferentes noções de espaço em geometria como no estudo de Thomas de Vittori¹.

Contudo, teríamos aí apenas uma ideia das diferentes noções de espaço, mas não do processo histórico da elaboração dessas mesmas noções. A esse respeito, devemos observar que Vittori não se propôs a traçar um histórico da concepção de espaço em geometria, mas apresentar alguns indícios de que uma noção de espaço autônoma e própria da geometria se desenvolveu progressivamente desde Euclides até o século XVII. Em outros termos, o estudo de Vittori é valioso no sentido de que reúne e aponta em poucas páginas os principais desenvolvimentos matemáticos a esse respeito embora não os contextualiza historicamente. Assim, para que possamos ter uma visão mais contextualizada do desenvolvimento de uma noção de espaço autônoma e própria da geometria é necessário que consideremos alguns desdobramentos de caráter teórico e prático que tiveram lugar no século XVI. Isso porque foi a partir daquela época que a matemática começou a dar os primeiros passos em direção à especialização moderna.

Antes do século XIX não existiam "cientistas" e "matemáticos", tal como são reconhecidos hodiernamente pela comunidade acadêmica e, em geral (ALFONSO-GOLDFARB, 1994). Mas isso não significa que não existia ciência e matemática. O que não existia é a ciência e a matemática tal como hoje as reconhecemos, pois elas não só colocavam diferentes questões, mas também expressavam diferentes preocupações referentes à natureza, às técnicas e ao homem (BELTRAN, SAITO, TRINDADE, 2014).

É anacrônico fazer referências às áreas de conhecimento, anteriores ao século XVIII, como disciplinas específicas, visto que a especialização moderna viria a ocorrer ao longo do Setecentos, adquirindo no século seguinte, a forma das várias disciplinas e

¹ Vide: Vittori (2009).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO

Guarulhos, SP - Brasil

Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

áreas de conhecimento que hoje são reconhecíveis. Antes do século XVIII a matemática não era ainda um campo de conhecimento unificado, nem uma área de conhecimento autônoma. Foi por volta do século XVI que a matemática começou a dar seus primeiros passos em direção à matemática moderna. Antes daquela época, não existia uma única matemática, mas "matemáticas" relacionadas a diferentes "práticas matemáticas". Desse modo, podemos reconhecer personagens, tais como René Descartes (1596-1650), Blaise Pascal (1623-1662), por exemplo, como "matemáticos", mas apenas no sentido de "matemático" a eles atribuído na época em que viveram. Ou seja, eram matemáticos os estudiosos que lidavam com a astronomia, a geografia, a agrimensura, a navegação, a óptica, as artes mecânicas em geral, e com questões atinentes à filosofia natural (BELTRAN, SAITO, TRINDADE, 2014).

Nesse sentido, para que possamos ter uma ideia mais contextualizada do processo que conduziu a uma noção de espaço autônoma e própria da geometria é necessário considerarmos, inicialmente, o que era a geometria no século XVI, visto que foi a partir daquela época que esse campo de investigação matemática passou a apresentar novos atributos, estabelecendo relações com outros desdobramentos matemáticos, tal como a álgebra, por exemplo.

No século XVI, diferentes campos de conhecimento eram consideradas "matemáticas". Além das tradicionais disciplinas, que eram parte do *quadrivium* medieval, isto é, a geometria, a aritmética, a astronomia e a música, outras tantas, tais como a geografia, hidrostática, pneumática, mecânica, óptica etc., passaram a compor o rol das disciplinas "matemáticas"².

Essas disciplinas eram definidas em relação à geometria ou à aritmética com as quais mantinham uma relação de subordinação. Desse modo, a música, por exemplo, estava subordinada à aritmética, e a astronomia e a óptica, à geometria³. Além disso, geometria e aritmética eram consideradas campos de conhecimento distintos, visto que uma lidava com grandezas e a outra, com números⁴.

No século XVI, encontramos três diferentes geometrias, ou seja, três diferentes tipos de estudos em geometria: 1) *practica geometriae*; 2) a geometria de *Elementos* de Euclides; e 3) "construções geométricas" dos cadernos de desenho de arquitetos e "mestre de obras". Foi na convergência dessas três geometrias que nasceu a nossa moderna concepção de geometria. Isso, entretanto, não significa que o objeto da

² Sobre o *trivium* e *quadrivium*, vide, por exemplo: Mongelli (1999); sobre as artes liberais entre a Idade Média e o Renascimento, vide: Bromberg (2010).

³ Consulte: Nascimento (1998).

⁴ Vide a esse respeito em: Malet (2006) e Saito (2014a).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO
Guarulhos, SP - Brasil
Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

geometria dos antigos seja diferente do nosso. Mas que a nossa geometria lida com esses objetos considerando outras relações conceituais dentre as quais a noção de espaço geométrico. Para termos uma ideia a esse respeito, é preciso considerar as três formas de geometria que chegaram até o século XVI.

No início da Idade Média, por volta do século V, a geometria passou por mudanças profundas em virtude não só da nova ordem social e política, mas também da nova configuração do conhecimento que romperia com as barreiras entre a metafísica, geometria e agrimensura. A nova ordem social, política e religiosa daquele período conduziu a uma reorganização do conhecimento, em que a referência etimológica passou a ser utilizada para classificar, expressar e captar a essência das diferentes "disciplinas" (*disciplinae*). Nesse contexto, o termo grego *geometria* passou a designar *mensuratio terrae* (a medição da terra) estabelecendo estreita relação com a agrimensura.

No início da Idade Média, os estudiosos de geometria, que desconheciam ainda os livros de *Elementos* de Euclides, passaram a estabelecer uma estreita conexão da *geometria* e a *gromatica*, isto é, a arte de medir terras com a *groma*, instrumento de medida romano que era utilizado para mapear e dividir as terras (ZAITSEV, 1999, p. 528-530). Nesse particular, é importante não perder de vista que, após a queda do Império Romano por volta do século V, grande parte do conhecimento grego ficara confinada no oriente e disponível aos árabes que o estudaram e o comentaram, desenvolvendo novas matemáticas. Assim, o parco material relativo à geometria de Euclides, que estava à disposição dos estudiosos latinos, era muito simplificado e atendia basicamente às necessidades práticas do cotidiano, aproximando a geometria da *gromática*.⁵

A partir de então, as relações entre geometria, astronomia e agrimensura passariam a estreitar-se cada vez mais, compartilhando não só o conhecimento geométrico, mas também instrumentos e técnicas de medição. Essa aproximação, entretanto, também daria uma nova configuração ao campo de conhecimento geométrico à medida em que o tempo avançava. Assim, em meados da Idade Média, por volta do século XI, a cultura monástica buscou resgatar e ampliar as técnicas de medidas do mundo greco-romano, incorporando-as ao que ficou conhecido por *practica geometriae* (literalmente: "prática da geometria", mas comumente designado pelos historiadores como "geometria prática") (SAITO, 2014a).

⁵ Vide a esse respeito em: Beltran, Saito e Trindade (2014).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO
Guarulhos, SP - Brasil
Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

Diferentemente da *gromatica*, a *practica geometriae* não era mera aplicação do conhecimento geométrico a problemas de natureza prática, mas um ramo da própria geometria que incorporava aspectos mais teóricos, fazendo parte agora das sete artes liberais: *trivium* e *quadrivium*⁶. Mas é preciso aqui ter em conta que a geometria a que se refere a *practica geometriae* não era aquela que encontramos em *Elementos* de Euclides. Diferentemente, a *practica geometriae* não recorria à pura reflexão intelectual, visto que tinha um apelo mais empírico⁷.

Isso é compreensível se considerarmos que as traduções dos tratados de Euclides e de Arquimedes, a partir do árabe, só se tornariam disponíveis aos estudiosos de geometria no século seguinte. Essas traduções, por sua vez, implicariam na reorganização do conhecimento, alargando o abismo entre geometria teórica e geometria prática.

Com efeito, no século XII, a edição e tradução de *Elementos* de Euclides por Adelard de Bath (1080-1152) e, posteriormente, por Campanus da Novara (1220-1296) passaram a roubar o cenário intelectual medieval ao lado da geometria prática. O estudo sistemático das obras de Euclides, notoriamente os *Elementos*, entretanto, não ofuscou o ensino da geometria prática. No decorrer dos séculos XII e XVI, a relação entre geometria prática e a arte da agrimensura se estreitaria ainda mais, definindo outros campos de investigação em geometria (SAITO, 2014a).

Mas, a partir do século XIII, outra forma de geometria transmitida por tradição oral começou a circular em forma manuscrita em alguns grupos. Tratavam-se de "cadernos de desenho", em que arquitetos e "mestres de obras" (carpinteiros e pedreiros) esboçavam genuínas "construções geométricas", tais como os desenhos de Villard de Honnecourt (SHELBY, 1972).

Assim, no século XVI, o intercâmbio entre essas diferentes geometrias passaria a mudar radicalmente o campo de investigação geométrico. Tratados de agrimensura, por exemplo, passariam a incorporar as demonstrações geométricas presentes nos *Elementos*, além de novas técnicas de construção geométrica encontrada nos cadernos de desenhos. Além disso, novas considerações sobre o traçado geométrico, tais como aquelas encontrada na perspectiva linear, passariam a dominar o cenário intelectual daquela época. Foi nesse contexto em que a própria geometria passaria a redefinir seu objeto de investigação que estudiosos procurariam formular uma noção de espaço

⁶ Vide Hugh of Saint Victor (1961) O *quadrivium* era constituído por quatro disciplinas, Aritmética, Música, Geometria e Astronomia que, juntamente com o *trivium* (Gramática, Lógica e Retórica) compunham as sete artes liberais. Sobre o *quadrivium* medieval, vide: Mongeli (1999, p. 161-329) e Gagné (1969).

⁷ Vide Hugh of Saint Victor (1956).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO

Guarulhos, SP - Brasil

Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

autônoma e própria da geometria. Porém, para apreendermos o processo histórico, é necessário que consideremos as diferentes concepções de espaço.

Em linhas gerais, podemos distinguir na noção própria de espaço três camadas: o espaço geométrico (abstrato), o espaço físico (concreto) e o espaço fisiológico (perceptivo), que pode ser ainda diferenciado em espaço visual, auditivo, tátil, gustativo etc.⁸ Essas camadas, que não são idênticas, inter-relacionaram-se de diferentes maneiras nos séculos XVI e XVII.

Por exceder o objetivo deste artigo, deixaremos de lado a discussão sobre a noção do espaço fisiológico, isto é, do espaço visual, que teve importante papel no desenvolvimento da perspectiva linear. Entretanto, devemos observar que o espaço visual não estava "entre" (ou "a meio caminho de") uma noção abstrata e outra concreta de espaço. Embora a perspectiva linear tenha se originado nos estudos de óptica, ela não seguiu as normas da *visio* (fenômeno fisiológico visual), mas construiu um novo campo de visibilidade, com regras próprias, na convergência dessas três camadas. Consequentemente, o espaço em perspectiva não pode ser entendido como abstração do espaço físico, mas como outro espaço, manifestado pela representação de diferentes objetos, que criavam uma ilusão óptica tridimensional, que seria assimilada pelo espaço geométrico somente no século XVII (SAITO, 2014b).

No que diz respeito aos espaços físico e geométrico, devemos considerá-los no contexto dos séculos XVI e XVII, ainda circunscritos aos critérios estabelecidos pela filosofia natural aristotélica. Naquela época, o espaço físico não era compreendido como um lugar ocupado pelos corpos. Pelo contrário, os lugares que ocupavam os corpos é que o definiam. Desse modo, para a maioria dos estudiosos da natureza, corpo e espaço eram concebidos como coisas idênticas de tal modo que o espaço ocupado pelos corpos não era em nada diferente deles próprios⁹. Assim, definido como "o limite imóvel que envolve um corpo"¹⁰, o espaço era entendido como o *locus* (lugar) dos corpos materiais no mundo. O que significa que não poderia haver espaço sem corpo material, uma vez que tudo na natureza era composto de forma e matéria. O espaço e o lugar, dessa maneira, diferiam apenas nominalmente na medida em que um corpo estaria localizado em determinado lugar (ou espaço), entre outros corpos, que tinham a mesma grandeza e a figura desse corpo.

⁸ Sobre as diferentes camadas, vide: Floriênski (2012). Essa distinção se manifestou em diferentes níveis de discussão não só na história da arte, mas também na história da ciência, vide: Raynaud (2010), Massey (2007) e Lorber (1998).

⁹ Vide, por exemplo, Descartes (1997, p. 64); Noël (1904, p. 88).

¹⁰ Vide: *Física*, IV, 4, 212a20 em Aristóteles (1952).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO

Guarulhos, SP - Brasil

Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

O mesmo podia ser dito a respeito do espaço geométrico. Na esteira da filosofia natural aristotélica, os estudiosos no século XVI admitiam que o espaço geométrico não era senão mera abstração do espaço (*locus*) físico. Assim, do mesmo modo que o espaço físico (concreto), o espaço geométrico (abstrato) não se distinguia das figuras geométricas que lhe davam sua própria configuração. Dessa maneira, ao considerarem os *Elementos* de Euclides, os estudiosos observavam que não havia nada nele que sugerisse que a geometria euclidiana faria referência a um espaço tridimensional, infinito e homogêneo onde as figuras geométricas estariam alocadas. Isso porque, do ponto de vista da geometria pura, a existência de um espaço independente seria supérflua, pois toda figura geométrica tinha seu próprio espaço (*locus*). Além disso, se tal espaço existisse, o espaço da figura geométrica e o espaço independente tridimensional seriam indistinguíveis, o que significava que uma infinidade de espaços poderiam ocupar o mesmo lugar (*locus*), o que era considerado um absurdo naquela época (GRANT, 1981). Nessa perspectiva, Descartes (1997, p. 59-65), por exemplo, observava que o espaço físico tinha seu correspondente geométrico, visto que o que constituía a natureza dos corpos era a extensão. Assim, o corpo consistia da mesma extensão em comprimento, largura e altura que constituía o espaço. Consequentemente, como dois corpos não podiam ocupar o mesmo lugar ao mesmo tempo, duas extensões também não podiam interpenetrar-se.

Essa concepção mais ortodoxa, entretanto, viria a conflitar com outra, em que o espaço era considerado um receptáculo (ou recipiente). Esquecida durante muito tempo, essa concepção de espaço independente dos corpos materiais (físico) e das figuras (geométrica) foi resgatada e defendida a partir do século XVI por alguns estudiosos, como Giordano Bruno (1548-1600) e Bernardino Telesio (1509-1588)¹¹. O resgate dessas ideias conduziu a um intenso debate que ficou mais restrito às discussões ligadas ao espaço físico do que ao geométrico¹². Contudo, uma vez que as discussões envolviam questões atinentes à tridimensionalidade do espaço físico, bem como a sua natureza infinita, o debate trouxe implicações para a geometria.

Assim, da mesma forma que Bruno e Telésio, outros três estudiosos defenderam a possibilidade da existência de um espaço vazio tridimensional independente dos corpos materiais embora nenhum deles tenha mencionado explicitamente que este

¹¹ Vide Livro I em Bruno (1998) e Telesio (2009).

¹² Vide, por exemplo, a controvérsia relativa ao vazio entre Pascal, Noël e Descartes em Saito (2006a, 2006b, 2014c). Nas cartas trocadas entre Noël e Pascal, encontramos claros indícios de que ele e o jesuíta não estavam de acordo acerca da definição de espaço vazio. Vide: Pascal (1904, p. 93-104).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO

Guarulhos, SP - Brasil

Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

espaço correspondia ou era análogo ao geométrico, a saber, Blaise Pascal (1623-1662), Francesco Patrizi da Cherso (1529-1597) e Isaac Newton (1643-1727).¹³

Mas, dentre esses três estudiosos, Patrizi, de fato, foi mais explícito a esse respeito, pois ao expor a independência ontológica do espaço em *De spacio physico et mathematico*, deu ao termo "lugar" (*locus*) um novo significado¹⁴. Para Patrizi, *locus* não se confundia com *spacium*, visto que, embora tivesse os mesmos três aspectos do espaço, isto é, comprimento, largura e profundidade, não era um corpo. Em outros termos, o "lugar" era um espaço tridimensional que precedia o corpo na ordem da natureza.

Nessa perspectiva, no espaço físico de Patrizi, a qualidade era associada ao corpo, o corpo estava alojado em um lugar, e um lugar era, na realidade, um espaço que estava preenchido com o corpo. Para Patrizi o espaço não estava privado dos corpos, mas, ao contrário, ele e os corpos continham-se e envolviam-se, penetrando-se e determinando-se. Ou seja, o espaço compartilhava com os corpos seus pontos, suas linhas, suas superfícies e suas profundidades porque ele era um "receptáculo" que os sustentava sem confundir-se com eles (EDELHEIT, 2009).

Desnecessário dizer as implicações que isso teria para a noção de espaço geométrico. Concebido como receptáculo, o espaço era agora independente dos corpos. Patrizi o definiu como *corpus incorporeum* ou *noncorpus corporeum*, isto é, como um "corpo incorpóreo". Ele era corpóreo porque se estendia e era tridimensional e, incorpóreo, porque não oferecia resistência, nem era denso, e continha todas as coisas (*res*) corpóreas. Desse modo, o espaço era uma extensão substancial que subsistia nele mesmo, ou seja, era homogêneo, imutável e imóvel tanto no seu todo como em suas partes (PATRIZI, 1943; 1996).

Assim, uma vez que o espaço geométrico era abstração do físico, as considerações feitas para o espaço físico refletiriam na noção de espaço em geometria. Tais considerações foram expostas por Patrizi num tratado intitulado *Della nuova geometria* publicada em 1587¹⁵. Essa "nova geometria", entretanto, não traz nenhum resultado novo, mas considerações a respeito das noções próprias desse campo de conhecimento, tais como posições e contatos entre entes geométricos, bem como das dimensões das linhas, das superfícies e dos corpos, que permeiam os domínios da investigação do geômetra. Assim, ao longo dos quinze livros que compõem a obra, Patrizi procurou

¹³ Newton, por sua vez, embora fosse na mesma direção de Patrizi, nada publicou a respeito. Suas ideias principais em relação aos entes geométricos foram registrados num manuscrito intitulado *De gravitatione* que, entretanto, não foi publicado, vide a esse respeito em Grant (1981, p. 233).

¹⁴ Vide Patrizi (1943, 1996).

¹⁵ Vide Patrizi (1587).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO
Guarulhos, SP - Brasil
Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

assentar a geometria em princípios que eram filosoficamente demonstrados e não simplesmente postulados ou admitidos implicitamente, tal como em *Elementos* de Euclides¹⁶.

Em *Della nuova geometria*, encontramos uma concepção de espaço que conduziria nos séculos seguintes a uma noção autônoma e própria da geometria. Esse desdobramento decorreu não são da redefinição dos objetos da geometria, mas também do próprio campo de investigação do geômetra. Num contexto em que a geometria está voltada para as considerações mais práticas, isto é, enquanto é definida segundo modelo da *mensuratio terrae*, ou das construções geométricas, repertório dos arquitetos e "mestres de obras", as questões ligadas ao espaço geométrico são supérfluas. Mas as considerações sobre a noção própria do espaço físico, geométrico e fisiológico no século XVI conduziram a geometria a redefinir-se, deixando de ser "ciência da medida" (*mensuratio terrae*) para então se tornar uma "ciência do espaço".

Referências

ALFONSO-GOLDFARB, A. M. *O que é história da ciência?*. São Paulo: Brasiliense, 1994.

ARISTÓTELES. *The Works of Aristotle*. Chicago; London; Toronto: The University of Chicago Press, 1952, 2 vols. V. 2.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. *História da ciência para formação de professores*. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES/OBEDUC, 2014.

BROMBERG, C. As artes liberais entre o medievo e o Renascimento. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. (orgs.). *História da Ciência: tópicos atuais 2*. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES, 2010. p. 11-31.

BRUNO, G. *Acerca do infinito, do universo e dos mundos*. 4a. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1998.

DESCARTES, R. *Princípios da filosofia*. Trad de J. Gama. Lisboa: Edições, 1997.

¹⁶ Os livros I e II discorrem sobre o ponto e os pontos no espaço. De III à IX e de IX à XIV, a obra traz várias considerações sobre as linhas, as retas, as perpendiculares, as paralelas, as inclinadas. No livro X, Patrizi tece considerações sobre os ângulos e, no XIV, aplica todas as considerações anteriores à construção de triângulos (Patrizi, 1587).

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO
Guarulhos, SP - Brasil
Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

EDELHEIT, A. Francesco Patrizi's two books on space: geometry, mathematics, and dialectic beyond Aristotelian science. *Studies in History and Philosophy of Science*, 40, p. 243-257, 2009.

FLORIÊNSKI, P. *A perspectiva inversa*. São Paulo: Editora 34, 2012.

GAGNÉ, J. Du *Quadrivium aux Scientiae Mediae*. In: *Arts Liberaux et Philosophie au Moyen Age. Actes du IV^e Congrès International de Philosophie Médiévale: Univ. de Montreal, 27/08-02/09, 1967*. Montreal/Paris, J. Vrin, 1969.

GRANT, E. *Much Ado About Nothing: Theories of Space and Vacuum from the Middle Ages to the Scientific Revolution*. New York; London: Cambridge University Press, 1981.

HUGH OF SAINT VICTOR. *Hugonis de Sancto Vitore: Practica Geometriae*. Ed. R. Baron. *Osiris*, v. 12, p. 186-224, 1956.

HUGH OF SAINT VICTOR. *The Didascalicon of Hugh of St. Victor: A medieval guide to the arts*. Ed. J. Taylor. New York; London: Columbia University Press, 1961.

LORBER, M. *Magia naturalis: visione e prospettiva: dalle teorizzazioni quattrocentesche al trattato del Cigoli*. In: *La prospettiva: Fondamenti teorici ed esperienze figurative dall'antichità al mondo moderno. Atti del Convegno Internazionale di Studi Istituto Svizzero di Roma (Roma 11-14 settembre 1995)*. Firenze: Cadmo, 1998. p. 233-245.

MALET, A. Renaissance notions of number and magnitude. *Historia Mathematica*, v. 33, p. 63-81, 2006.

MASSEY, L. *Picturing Space, Displacing Bodies: Anamorphosis in Early Modern Theories of Perspective*. Pennsylvania: The Pennsylvania State University press, 2007.

MONGELLI, L. M. (coord.). *Trivium & Quadrivium: as artes liberais na Idade Média*. Cotia: Íbis, 1999.

NASCIMENTO, C. A. R. do. *De Tomás de Aquino a Galileu*. 2a. ed. Campinas: Ed. da UNICAMP, 1998.

NÖEL, É. Première lettre du P. Noël a Pascal. In: BRUNSCHVICG, L.; BOUTROUX, P.; GAZIER, F. (eds.). *Oeuvres de Blaise Pascal*. Paris: Hachette, 1904-1914, 14 vols. V. II.

PASCAL, B. Reponse de Blaise Pascal. In BRUNSCHVICG, L.; BOUTROUX, P.; GAZIER, F. (eds.). *Oeuvres de Blaise Pascal*. Paris: Hachette, 1904-1914. 14 vols. V. II.

XI JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - FACULDADES GUARULHOS
FACULDADES INTEGRADAS DE CIÊNCIAS HUMANAS SAÚDE E EDUCAÇÃO

Guarulhos, SP - Brasil

Palestra proferida em 26 de novembro de 2014

Patrizi, F. *Della nuova geometria di Franc. Patrici libri XV. Ne' quali con mirabile ordine, e con dimostrazioni à marauiglia più facili, e più forti delle usate si vede che la matematiche per uia regia, e più piana che da gli antichi fatto non si è, si possono trattare* Ferrara: Vittorio Baldini, 1587.

_____. On Physical Space. (B. Brickman, trans.). *Journal of the History of Ideas*, v. 14, n. 2, p. 224-245, 1943.

_____. *De spacio physico et mathematico*. (H. Védrine, trans.) Paris: J. Vrin, 1996.

RAYNAULD, D. Les débats sur les fondements de la perspective linéaire de Piero della Francesca à Egnatio Danti: un cas de mathématisation à rebours. *Early Science and Medicine*, v. 15, p. 474-504, 2010.

SAITO, F. Alguns aspectos da ideia de experiência de Blaise Pascal (1623-1662). In: ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; BELTRAN, M. H. R. (orgs.). *O saber fazer e seus muitos saberes: experimentos, experiências e experimentações*. São Paulo: Ed. Livraria da Física; Educ; FAPESP, 2006a. p. 119-144.

_____. O vácuo de Pascal versus o Ether de Noël: uma controvérsia experimental?. *Circumscribere: International Journal for the History of Science*, v. 1, p. 75-87, 2006b.

_____. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. *Rematec* [forthcoming], 2014a.

_____. O espaço nas origens da ciência moderna e a sua representação geométrica segundo a *perspectiva naturalis* e *artificialis*. In *Anais do 14 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia (14 SNHCT)*. Belo Horizonte (UFMG), MG, Brasil [forthcoming], 2014b.

_____. *As experiências relativas ao vazio de Blaise Pascal*. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES/OBEDUC, 2014c.

SHELBY, L. R. The Geometrical Knowledge of Medieval Master Masons. *Speculum*, v. 47, p. 395-421, 1972.

TELESIO, B. *La natura secondo i suoi principi*. Milano: Bompiani, 2009.

VITTORI, T. de. *Les notions d'espace en géométrie: De l'Antiquité à L'Âge Classique*. Paris: L'Harmattan, 2009.

ZAITSEV, E. A. The Meaning of Early Medieval Geometry: From Euclid and Surveyor's Manuals to Christian Philosophy. *Isis*, v. 90, p. 522-553, 1999.

É proibida da reprodução mesmo que parcial deste trabalho sem a prévia autorização do autor