

## **A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado *Del modo di misurare* (1564) de Cosimo Bartoli**

**Marisa da Silva Dias<sup>1</sup>, Fumikazu Saito<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>UNESP – Univ. Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

<sup>2</sup>PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

[marisadidas@fc.unesp.br](mailto:marisadidas@fc.unesp.br), [fsaito@pucsp.br](mailto:fsaito@pucsp.br)

**Resumo.** *Este trabalho tem por objetivo apresentar as potencialidades pedagógicas de uma atividade que procurou construir e utilizar instrumentos de medida do século XVI. Esta atividade foi desenvolvida em dois momentos. No primeiro, professores e estudantes de pós-graduação em Educação Matemática construíram três instrumentos distintos, tendo por base o tratado “Del modo di misurare”, de Cosimo Bartoli, publicado em 1564: o quadrante geométrico, o quadrante no quarto de círculo e o báculo. No segundo, outros professores buscaram conhecer o funcionamento dos instrumentos para realizarem algumas medições. Nesses momentos, as situações-problemas permitiram articular os conceitos matemáticos dos professores com os historicamente contextualizados.*

### **1. Introdução**

Este trabalho tem por objetivo apresentar as potencialidades pedagógicas de uma atividade que procurou construir e utilizar instrumentos de medida do século XVI. A atividade foi elaborada a partir dos estudos do grupo HEEMa (grupo de estudo e pesquisa em História e Epistemologia na Educação Matemática) formado por dois doutores (coordenadores) e mestrandos. O grupo iniciou sua programação em agosto de 2008 com o objetivo de discutir potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Com isso, foram realizados seminários de pesquisa com pesquisadores que trabalham com essa temática, como também estudos de produções científicas.

Nas discussões que se seguiram aos seminários organizados pelo HEEMa e nas análises de alguns estudos a respeito do papel da história da matemática no ensino, observou-se que já algum tempo educadores matemáticos têm voltado sua atenção para as possíveis relações entre história, epistemologia e ensino-aprendizagem de matemática. Diversas propostas que procuram articular História e Educação Matemática têm sido apresentadas e apreciadas por educadores não só no Brasil, mas também no exterior [D’Ambrosio 1993; D’Ambrosio 1996; Miguel & Brito 1996; Miguel et. al. 2009; Mendes 2006; Mendes, Fossa & Nápoles 2006; Fossa, 2009; Furinghetti 2007].

A possibilidade de construção de uma interface entre essas duas áreas de conhecimento remeteu-nos a considerar questões de natureza metodológica que articule

pesquisa e prática didática. Como bem observa Baroni & Nobre (1999), as propostas de interação, que vão desde aplicações em sala de aula, pautadas em diferentes correntes pedagógicas e em algumas perspectivas historiográficas, até estudos sobre o papel da História da Matemática no Ensino, apresentam-se, em sua maior parte, como relatos e “ensaios”. Isso pode ser constatado, por exemplo, no relatório publicado pela International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) em 2000 [Fauvel & Van Maanen 2000].

Tendo isso em vista, neste trabalho focalizamos os encaminhamentos que vêm sendo realizados e estudados quanto à prática didática que leva em consideração a história da matemática. Assim, partindo do pressuposto de que a História da Matemática pode propiciar a experiência do processo de construção do conceito, promovendo a apropriação do significado dos objetos matemáticos, este trabalho compõe o início de uma proposta didática que busca articular aspectos de uma nova proposta historiográfica da História da Matemática e a Educação Matemática.

## **2. Potencialidades pedagógicas da História da Matemática**

Miguel (1997), educador matemático, sintetiza alguns argumentos que buscam justificar a importância da utilização da história da matemática no ensino. Tais argumentos tem sido direcionados como fontes de motivação, de objetivo, de métodos, de seleção de problemas. Como também, instrumentos de desmistificação da matemática, de desalienação do seu ensino, de formalização de conceitos matemáticos, de promoção do pensamento crítico, de unificação de campos da matemática, de promoção de atitudes e valores, de conscientização epistemológica e de resgate da identidade cultural. Analisando essas possibilidades, concordamos com o autor sobre a necessidade de prudência na abordagem da história da matemática no ensino com. Um aspecto fundamental para essa análise é considerar que não há uma única história da matemática da qual o educador pode fazer uso.

Sintetizamos os estudos iniciais do grupo HEEMa, em relação as propostas e tendências do uso de história da matemática no ensino, três importantes aspectos que poderiam ser entendidos como favoráveis à integração dessas duas áreas de conhecimento. O primeiro está relacionado à própria área de referência dos educadores matemáticos, em que o papel da história tem ajudado a construir uma visão diferenciada da Matemática que passa a ser vista como atividade intelectual e humanizadora, ao invés de um corpo de conhecimento dado ou um conjunto de técnicas de resolução de problemas matemáticos. O segundo aspecto refere-se à percepção do conhecimento matemático. A inserção de alguns tópicos de história no ensino de matemática tem possibilitado a reorientação da visão do que são os objetos da Matemática, pois o estudo do processo histórico conduz a uma linha interpretativa diferenciada, propiciando a abordagem do mesmo objeto matemático por outra perspectiva e, assim, contribuindo para sua melhor compreensão. O terceiro aspecto a ser considerado é a interdisciplinaridade [Alfonso-Goldfarb 2003], no qual o processo histórico tem se mostrado eficaz ao abordar o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, na medida em que os insere num contexto particular e estabelece relações com outras áreas do conhecimento científico, tecnológico e social [Dias & Saito 2009].

Esses três aspectos parecem convergir para a idéia de que a história é um potencial recurso para elaboração de propostas didáticas que contemplam a formação do conceito matemático. Isso, entretanto, não quer dizer que devemos ensinar matemática pela história, nem repetir o percurso histórico na formação de um conceito matemático, mas buscar no processo histórico o movimento do pensamento no contexto da formação deste conceito [Dias & Saito 2009]. Nesse sentido, dentre as diversas iniciativas que procuram aproximar a História da Matemática do ensino de Matemática, o uso de fontes primárias parece ter sido muito promissor [Jahnke 2000; Furinghetti 2007].

Assim, seguindo de perto esta tendência, elaboramos duas propostas didáticas baseadas em excertos retirados de uma obra publicada no século XVI. Trata-se de uma das muitas obras escritas entre os séculos XVI e XVII que versavam sobre a construção e o uso de instrumentos para medir e calcular, que designaremos aqui, tal como sugere Bennett (1998 e 2003), de “instrumentos matemáticos”.

A razão de termos escolhido uma fonte que tratasse de instrumentos de medida está relacionada à importância que tais instrumentos passaram a ter naquele período. Entre os séculos XVI e XVII, uma série de novos instrumentos, que iam desde o mais simples astrolábio, esfera armilar e quadrante, utilizados por marinheiros e astrônomos, até outros mais sofisticados, como régua de cálculos e outros aparatos utilizados por filósofos naturais, entrou em uso para facilitar a resolução de problemas matemáticos, observacionais e experimentais [Daumas 1989; Hackmann 1989; Turner 1998].

No que diz respeito aos instrumentos matemáticos, podemos dizer que o seu número aumentou significativamente a partir do século XVI. Isso, provavelmente, deveu-se ao reconhecimento de que a matemática era essencial não só para resolver problemas de ordem prática, mas também para investigar os vários aspectos da natureza [Saito 2008; Bennett 1998].

Entretanto, à medida que novos e sofisticados instrumentos matemáticos eram elaborados, tornava-se cada vez mais notório que eles poderiam ser utilizados como auxílio no ensino e na demonstração de princípios matemáticos, visto que eles incorporavam tais princípios. A célebre querela entre William Oughtred (1575-1660) e Richard Delamain (1600-1644) é um exemplo ilustrativo a esse respeito [Oughtred 1632; Delamain 1630].

Do ponto de vista de Delamain, os instrumentos eram úteis no ensino porque, por meio deles, os princípios matemáticos poderiam ser ensinados ao mesmo tempo em que o seu uso prático era explicado. Isso faria com que o ensino dos princípios fosse realizado de maneira mais eficiente, visto que os usuários de instrumentos não estavam preocupados com demonstrações, mas com as operações práticas [Turner 1973]. Por outro lado, Oughtred clamava que o verdadeiro caminho da arte matemática não era pelo instrumento, mas apenas pela demonstração. Desse modo, o ensino da matemática não deveria começar pelo instrumento, um artefato que era utilizado apenas com finalidades práticas, visto que o seu usuário não estava preocupado com os princípios matemáticos nele incorporado, mas apenas em saber o que fazer com ele [Turner 1973].

Esse debate continuaria ao longo do século XVII e chamaria a atenção de outros estudiosos, principalmente, daqueles que estavam preocupados com a educação dos nobres [Turner 1973]. Mas o que se pode concluir do debate Oughtred/Delamain é a

existência de um abismo entre as necessidades dos gentlemen e os interesses dos estudiosos (que cada vez mais, reforçavam e reafirmavam a importância da matemática no estudo da natureza) e a perspectiva dos “educadores” e os “praticantes de matemáticas” (que envolviam pintores, arquitetos, navegadores, cartógrafos, construtores de máquinas, entre muitos outros). E foi justamente um tratado escrito por um desses “praticantes de matemática” que nos chamou a atenção para esse trabalho.

### **3. A fonte: *Del modo di misurare***

O *Del modo di misurare* de Cosimo de Bartoli (1503-1572) é, na realidade, uma compilação, como bem sugere o próprio autor no início de sua obra. Dedicado a Cosimo de Medici, essa obra teve grande repercussão naquela época não só pelo seu apelo prático, mas também para o ensino de geometria.

O que é notório nesta obra, assim como em outras do mesmo gênero publicadas na época, é a articulação existente entre a construção e o uso dos instrumentos descritos. Podemos dizer que esses dois aspectos são indissociáveis em *Del modo de misurare*, visto que a obra não era meramente um manual que ensinava a construir e usar instrumentos. Com efeito, analisando a obra, podemos notar que ela estava destinada a um público que tinha conhecimentos não só do conteúdo geométrico, mas também prático de seu ofício. Isso pode ser constatado em certas passagens da obra. Bartoli, por exemplo, não fornece informações sobre os procedimentos que deveriam ser adotados para a construção de escalas no instrumento. As ações para a construção são apenas apresentadas em forma de instrução, solicitando ao leitor que ele apenas “dividisse um segmento em doze partes iguais”, “traçasse três linhas paralelas de tal modo a formar três intervalos proporcionais entre si” e assim por diante. Além disso, o conhecimento geométrico encontra-se implícito na construção do instrumento, isto é, na sua concepção, bem como no seu uso. Ou seja, o conhecimento matemático mobilizado na construção do instrumento está intimamente relacionado ao seu uso, o que aponta para indissociabilidade entre o saber e o fazer.

A obra foi dividida por Bartoli em seis livros, cada um deles dedicado, direta ou indiretamente, aos modos de medir: distâncias (largura, comprimento, altura e profundidade); superfícies; corpos (regulares e irregulares) como uma província de 400 ou 500 milhas em seu comprimento e largura “de tal modo a poder desenhá-la sobre um plano com sua capital, terras, castelo, portos, rios, e outras coisas notáveis” [Bartoli 1564, p. 1r].

O primeiro livro trata, “segundo a seqüência proposta por Oronzio”, da medida da distância, isto é, comprimento, largura e profundidade. Como veremos abaixo, a mensuração das distâncias requer uso de instrumentos e de outros artifícios. O segundo livro trata da medida da superfície e, o terceiro, dos corpos, isto é, do volume. O quarto livro, “segundo, agora, a ordem dada por Gemma Frisio e outros autores”, Bartoli explica e ensina como mapear uma província sobre um plano.

A esses quatro livros seguem dois outros, um quinto, dedicado às demonstrações geométricas de Euclides e, um sexto, que ensina a obter raízes quadradas e cúbicas. No quinto livro, Bartoli procura fornecer não só as questões, os conceitos e as proposições, apresentadas nos livros anteriores como demonstrações, mas também as proposições das

quais derivavam aquelas demonstrações. Aqui Bartoli esclarece que decidiu acrescentar as demonstrações constantes em *Elementos* de Euclides por duas razões. Primeira por sugestão de Francesco de Medici e, segunda, por comodidade, ou seja, para deixar o leitor satisfeito e poupá-lo de se reportar ao livro de Euclides [Bartoli 1546, p. 1v]. Mas cabe observar que os Elementos de Euclides não são aqui apresentados na íntegra. Bartoli apenas selecionou aqueles axiomas, postulados, definições e proposições que estariam diretamente ligados à medida da distância, área e volume.

No sexto livro, Bartoli apresenta regras para obter raízes quadradas e cúbicas. O autor observa que lhe pareceu interessante juntar este livro porque, em muitos casos, pareceram necessários encontrar as raízes quadradas e cúbicas, ou ainda obter algumas medidas tratadas nos primeiros três primeiros livros [Bartoli 1546, p. 2r]. Por último, ainda neste sexto livro, Bartoli fornece a regra de três.

As duas propostas aqui apresentadas foram elaboradas com base no primeiro livro. Nos 27 capítulos que compõem este livro, Bartoli ensina como medir distâncias (comprimento, largura e profundidade) em diferentes situações, apontando para cada uma delas o modo mais adequado de obter a medida por meio de um instrumento específico. Escolhemos desta maneira três situações, correspondentes a três instrumentos de medida cujas imagens estão reproduzidas na sequência: o quadrante geométrico [Bartoli 1564, p. 3r], o quadrante num quarto de círculo [Bartoli 1564, p. 8r] e o báculo [Bartoli 1564, p. 10r].

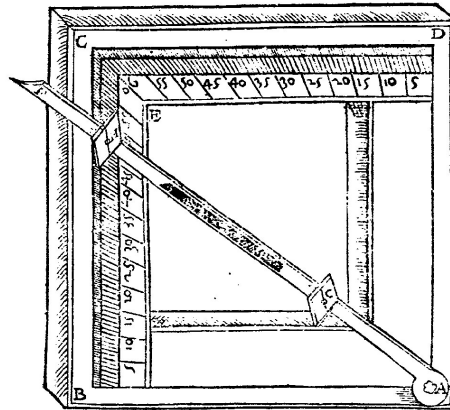


Figura 1. Quadrante geométrico

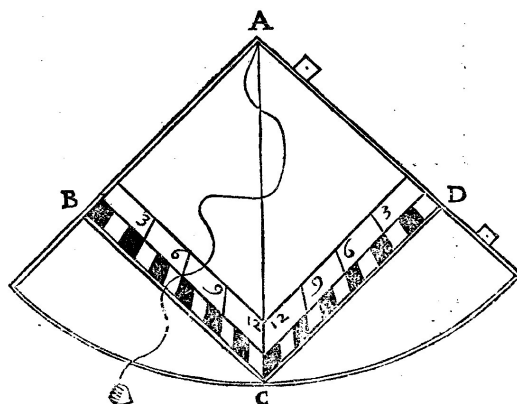


Figura 2. Quadrante num quarto de círculo



Figura 3. Báculo

#### 4. Atividade didática

Com objetivo geral de construir uma abordagem didática capaz de oferecer uma aprendizagem interdisciplinar a partir de documentos históricos que envolvem também conceitos matemáticos, foi escolhido o tratado *Del modo di misurare*, de Cosimo Bartoli. O primeiro tratamento didático foi de caráter estrutural com o objetivo de constituir um material que compusesse uma proposta a ser desenvolvida com os estudantes. Para tornar o conteúdo do documento acessível, foi realizada uma tradução para língua portuguesa, do toscano do século XVI, das instruções de construção dos instrumentos selecionados, bem como, das orientações de cálculos a serem realizados para finalizar a medida. Foram escolhidas da obra algumas imagens em que os instrumentos aparecem. As imagens referenciadas na construção do instrumento, há uma única imagem de cada instrumento, e imagens que aparecem o instrumento em processo de medida, por exemplo, a altura de um castelo, a distância entre dois pontos em um terreno montanhoso, etc.

Para o estudo das potencialidades pedagógicas desses instrumentos matemáticos pelos mestrandos do grupo HEEMa, foi montado um “kit” contendo o frontispício da obra, a tradução das instruções e as imagens acima mencionadas. O objetivo foi que construíssem cada instrumento e indicassem os conceitos matemáticos necessários para tal, bem como dificuldades encontradas. Com isso, o grupo poderia discutir e elaborar uma proposta didática a partir do documento.

A análise preliminar desses primeiros relatos indicou duas características a serem consideradas para a elaboração da atividade didática com esse documento, que por sua vez, pode aparecer em outras propostas que utilizam documentos antigos. A primeira refere-se aos termos, às expressões ou mesmo aos nomes de objetos que impedem o leitor de compreender minimamente o documento para realização da proposta, por exemplo, a pínula. A segunda se refere a interação entre diferentes conceitos que normalmente não aparecem em materiais didáticos atuais, como também a ausência do nome dos conceitos possíveis de serem utilizados no processo de construção. Por exemplo, dividir um segmento em duas partes iguais. Os conceitos matemáticos mobilizados pelos mestrandos na construção dos instrumentos foram: mediatriz, bissetriz, teorema de Tales, paralelismo e perpendicularismo entre retas, propriedades de quadrado e circunferência, propriedades do triângulo retângulo.

A intenção didática foi tornar a construção dos instrumentos ou a medida com os mesmos uma situação-problema, capaz de articular ensino e aprendizagem de forma a proporcionar ao aprendiz elementos históricos integrados no desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Reportando à primeira característica apontada acima, para a elaboração das duas propostas, foram minimizados os impedimentos relativos à construção. Com a intenção de não alterar o texto, notas de rodapé foram adicionadas para esclarecimento de alguns termos. Sabemos que esse procedimento pode ser substituído por pesquisa, dependendo da organização didática. A segunda característica indicou as potencialidades pedagógicas articuladas nos subitens abaixo os quais tratam das propostas elaboradas e desenvolvidas.

#### **4.1. Primeira proposta: construção de instrumento de medida do século XVI**

Em uma oficina de quatro horas nomeada “grandezas e medidas”, com professores de matemática, foi encaminhada uma proposta para avaliar as potencialidades pedagógicas no desenvolvimento do conceito de medida a partir do uso do material elaborado com base histórica. Para isso, os professores receberam um “kit” contendo a proposta com um breve relato da procedência do documento, a instrução traduzida da construção do instrumento quadrante num quarto de círculo (figura 2) a imagem do mesmo e outra em que o instrumento é utilizado na realização da medida da altura de uma torre. Além disso, foram disponibilizados os seguintes materiais: régua sem graduação, compasso, barbante, tesoura, lápis, pedaço de papelão, canudos de festa e percevejos.

No instrumento, a unidade de medida de comprimento, além de não ser usual e previamente conhecida, ela é obtida ao término da construção do mesmo e pode ser diferente para cada instrumento construído. A mobilização de conhecimentos para produção do instrumento permite ao indivíduo refletir sobre a produção do conhecimento que se sintetiza no próprio instrumento, diferente do ensino atual que geralmente focaliza somente o uso.

A análise dos primeiros comentários revelou as expectativas em torno do documento. Os professores esperavam encontrar no texto procedimentos semelhantes aos de livros didáticos que abordam desenho geométrico, ou seja, instruções bem detalhadas como “coloque a ponta seca do compasso em...”, ou aquelas que ditam o que fazer pelo nome do conceito como “trace a mediatriz...”. Mas o texto explicita o

conteúdo ao dizer simplesmente “divida cada um dos lados BC e CE em quatro partes iguais”.

Essa relação suscitou questões por parte dos professores sobre os conhecimentos e materiais da época. Com isso, foi possível observar que o interesse histórico partiu dos professores diferentemente de propostas que inserem várias informações históricas antes de introduzir um assunto. A articulação entre os conhecimentos da época para realizar as ações propostas pelo ofício do artesão, por meio do tratado, com os mobilizados pelos professores permitiu alcançar um outro nível de compreensão que compõe um conceito matemático. Por exemplo, para dividir um segmento ao meio, pode-se utilizar a mediatriz, bem como esticar o barbante no comprimento do segmento e dobrá-lo ao meio e transferir para o segmento essa medida. Acrescentamos que essa articulação permite que novos aspectos e novas relações do movimento do objeto no pensamento sejam descobertos.

O único objeto que o documento explicita sua utilização nas instruções é a régua (não graduada). O fato de termos disponibilizado compasso possibilitou aos professores articular seus conhecimentos relacionados ao desenho geométrico. A habilidade e o conhecimento da síntese teórica encarnada no compasso permitiram a utilização de barbante para traçar arcos e circunferências e com isso construir um instrumento maior.

Outro resultado para futuro aprofundamento da relação entre as habilidades cognitivas e manuais configurou-se na observação das ações de dois professores de matemática formados em Arquitetura. Um deles demonstrou grande habilidade tanto com o compasso como com o barbante, além de ter projetado o instrumento em uma folha. O outro professor que apenas observava disse sobre sua falta de habilidade manual com o desenho geométrico, pois suas aulas de desenho foram usando software.

A ausência da graduação na régua gerou a necessidade de criação ou utilização de outros procedimentos. A superação dessa situação não foi alcançada por todos os participantes no tempo disponível. O ponto crítico da construção foi a divisão de um segmento em três partes iguais. Quando se tratou de dividir um segmento em um número par de partes iguais, desde que não fossem muitas e, no caso não era, os recursos utilizados, como já apontados acima, foram a mediatriz e a dobra no barbante. Os professores perceberam a limitação desse conhecimento quando a necessidade foi dividir um segmento em um número ímpar de partes iguais.

Um grupo não concluiu essa divisão, que era o último passo que resultaria na unidade de medida do instrumento. Um outro grupo utilizou uma aproximação. Os outros três, após discussão, lembraram o método de divisão de segmento em partes iguais que resulta na proporcionalidade a que se refere o teorema de Tales.

Nas reflexões finais da oficina cada grupo apresentou suas dificuldades, comentários e questionamentos. As dificuldades foram rapidamente sanadas quanto da exposição dos grupos que concluíram a construção. A discussão foi principalmente na relação entre os conhecimentos utilizados pelos professores e o conhecimento da época de criação do instrumento. Um dos aspectos levantados referiu-se a possibilidade de levar para sala de aula essa atividade. A ludicidade, o desafio e a produção material formaram pontos apontados como contributos que auxiliam no processo educativo, pois, para aquele que constrói, estreita-se a relação entre formação conceitual e material,



acrescido do significado de valor de uso pela humanidade. Outra argumentação foi que o professor geralmente busca um conhecimento matemático para utilizá-lo e por isso acaba sendo menos criativo que os alunos.

#### **4.2. Segunda proposta: medição com instrumentos do século XVI**

No minicurso “Instrumentos de medida no século XVI”, com duração de duas horas realizado com professores da área de Ciências a proposta foi conduzida com o objetivo de realizar a medição da altura de um armário. Cada grupo de professores possuía um instrumento, eram eles o quadrante geométrico (figura 1), o quadrante num quarto de círculo (figura 2) e o báculo (figura 3). Além dos instrumentos foi disponibilizado o mesmo “kit” de documentos da primeira proposta, mas agora para cada grupo referente ao instrumento correspondente.

A problematização geral intencionada na proposta foi observar as possíveis potencialidades pedagógicas no uso de tais instrumentos, contextualizados historicamente. Especificamente, o objetivo foi a manifestação de conhecimentos matemáticos e extratemáticos na finalização da medida.

Primeiramente os professores olharam e manipularam os instrumentos tentando adivinhar como usá-lo, buscando compreender as relações entre as partes e o movimento das peças. Essa primeira aproximação juntamente com reflexões que buscaram associar tais instrumentos com os conhecidos dos professores não foi suficiente para compreender seu uso.

Os professores leram o texto em partes e voltaram a manipular o objeto antes de ir a campo realizar a medida. Observou-se a dificuldade de compreender o papel do indivíduo que mede em relação ao instrumento. A posição do observador no espaço, a posição dos olhos em relação aos instrumentos e a posição do instrumento no espaço configuraram três ações não triviais para os professores. A leitura do texto e a observação das figuras não foram suficientes para que a realização da medida fosse imediata. Observou-se a articulação da interpretação da leitura com os conhecimentos que compõem a concepção do processo de medição. Uma delas refere-se a escala de medida, em virtude da não semelhança às escalas conhecidas nem tampouco quanto a forma de apresentação nada convencional. No instrumento quadrante geométrico aparece os números de 5 a 60 por múltiplos de 5 (ver figura 1) em dois lados do quadrante. No quadrante num quarto de círculo (figura 2) ocorre o mesmo posicionamento da escala, mas com múltiplos de 3, até 12. O báculo (figura 3) não possui qualquer número, somente algumas marcações de divisões e é o instrumento mais simples.

O grupo de professores que efetuou a medida com o báculo, seguindo as instruções do texto, iniciou o processo de medição esticando um pedaço de barbante entre a base do armário e a posição do observador. Em seguida, manipularam o instrumento retirando as informações conforme a instrução. A dificuldade foi posteriormente compreender a relação entre o comprimento do barbante com o significado das marcas do instrumento. Neste caso inferimos que o hábito de usar certos instrumentos de medida, que compõem o cotidiano das pessoas, não foi suficiente para avançar nas relações diferenciadas necessárias para a realização da medida com aquele instrumento. Além disso, a falta de mobilização dos conhecimentos sobre os

fundamentos da medida como a comparação entre os comprimentos obtidos e a escolha de uma unidade de medida indicou um descompasso entre o saber e o fazer, como também a relação entre a produção do conhecimento e sua apropriação pelo sistema educacional.

As dificuldades do grupo com o quadrante geométrico se concentraram no posicionamento adequado do instrumento no espaço para realizar a medida, na função da pínula, no posicionamento dos olhos no instrumento (na imagem não aparece uma pessoa efetuando a medida somente o instrumento) e na triangulação. Ao final pudemos discutir essas variáveis para a realização da coleta do dado do instrumento. Inferimos que a imagem influenciou na dificuldade do grupo. A medida solicitada era a altura de um armário partindo do chão, porém a imagem do documento bem como as instruções referiam-se a medição de uma distância no chão com o instrumento no topo de uma torre. Com isso, o grupo teria que fazer os devidos ajustes, uma rotação da imagem auxiliaria no processo. Ou ainda, em um nível mais conceitual, perceber os pontos da triangularização.

O terceiro grupo, com o quadrante num quarto de círculo, não demonstrou dificuldades quando foi a campo fazer a medição. A postura do grupo foi entender todo o processo antes de realizar os passos da medição, inclusive fizeram alguns ensaios. Assim, quando foram posicionar o instrumento já sabiam os pontos necessários a triangularização no espaço.

O tempo não foi suficiente para maiores reflexões e o término da atividade, mas algumas observações permitiram-nos análises que envolveram a medida com esses instrumentos.

Em nenhuma imagem havia um personagem mostrando o posicionamento dos olhos em relação ao instrumento, nem como segurá-lo ou apoiá-lo. O texto descreve onde o observador deve colocar o olho, por exemplo, “com o olho no ponto A...”, a partir desse posicionamento existe o alinhamento descrito no texto como a “mirada”, ou seja, para onde o observador deve olhar e ajustar uma sobreposição de parte(s) do instrumento a parte(s) do objeto a ser medido.

A medida com nenhum desses instrumentos era direta, ou seja, dependente somente da habilidade com os instrumentos. Esse é um outro ponto que embora não esteja presente no cotidiano da maioria das pessoas, relaciona-se com o princípio de outros instrumentos como o teodolito, ou instrumentos voltados à astronomia e à navegação. Concluir a medida exige algum conhecimento matemático, principalmente relacionado à semelhança de triângulos e à proporcionalidade.

Num certo momento, antes ou depois da coleta dos dados com os instrumentos, havia a necessidade de localizar no espaço e no instrumento os pontos que formam os triângulos semelhantes. Inferimos que inicialmente os professores esperavam que a medida da altura do armário, de algum modo, saísse somente da operacionalização com os instrumentos, por esse motivo, partiram para campo. Como as instruções de medida estavam descritas no texto, foi possível captar os dados mesmo sem a clareza do que fariam com eles.

## 5. Considerações Finais

O trabalho desenvolvido a partir do tratado de medida aqui relatado permitiu iniciar uma reflexão das potencialidades pedagógicas do uso desse documento. Diferentemente de instrumentos atuais, cuja tecnologia oculta as relações conceituais básicas necessárias para realização de medidas, a atividade baseada em *Del modo di misurare* parece ter possibilitado aos participantes realizarem algumas ligações conceituais que consideramos necessárias à tarefa de mensurar determinada grandeza, expandindo esse modo de pensar para outros instrumentos.

A expectativa de um “manual de instruções” para construir um instrumento, como os atuais, foi rechaçada. Embora facilitasse o processo de medição, esse não era o objetivo, ao contrário, era justamente contrapor social e conceitualmente esse hábito cotidiano. Foi por meio da problematização da construção e medição, aparentemente simples, que permitiu aos professores questionarem diversos aspectos referentes à história, aos conceitos envolvidos, ao processo de ensino e aprendizagem e a produção humana de conhecimento.

O interesse por aspectos históricos ligados à construção e ao uso dos instrumentos surgiu durante as atividades e pelos professores. Dessa maneira, a história não só pôde ser incorporada à atividade, como permitiu um outro modo de olhar para o processo de ensino e aprendizagem. A confluência entre o conhecimento matemático, científico, e outros conhecimentos (técnicos, culturais, etc.) possibilitou compreender ligações que fazem parte da produção do conhecimento como atividade humana, historicamente situada nas condições objetivas.

Outro potencial pedagógico caracterizou-se pela forma do uso de fontes primárias geradora de uma reflexão na dialética entre presente e passado cuja contribuição se configura na própria produção humana, bem como na produção de cultura. Esses aspectos foram percebidos por meio das discussões sobre o lugar social e o conhecimento do artesão, em determinada estrutura social, e o lugar social e o conhecimento do professor na atualidade. A reflexão e discussão sobre as mudanças no modo de apreender o conhecimento e o avanço tecnológico, resultantes no processo de complexificação cultural, permitiram a compreensão sobre a formação histórica do sujeito.

Além dos aspectos técnicos, tecnológicos entre outros já citados que permeiam a produção cultural, o contato com as diferenciadas formações textuais, nomenclaturas e imagens da época constituíram também interações interdisciplinares possíveis de serem aprofundadas.

O movimento dos objetos matemáticos no pensamento propiciadas pelas propostas permearam a relação entre matemática formal e matemática como ferramenta. O objeto da matemática na sua formalização, e a conseqüente transferência para o processo educativo, acarretou modos de pensar matemática que geralmente partem de uma definição para posterior aplicação. A atividade de construção dos instrumentos foi no sentido contrário. Em nenhum momento o texto se refere ao conceito matemático por um nome específico e sim seu conteúdo necessário. Com isso, os conhecimentos dos participantes puderam ser confrontados, foi o caso entre a bissetriz e a mediatriz.

O objeto da matemática pôde ser apreendido em um contexto específico, ou seja, na interação com outros objetos matemáticos, bem como extramatemáticos que incluem, por exemplo, habilidades de geometrização do espaço e condições materiais de produção do instrumento para melhorar a precisão.

Com isso as atividades com os instrumentos de construção e medição podem ser vistas como uma desconstrução do conhecimento humano encarnado no mesmo, para a apropriação no processo educativo.

## 6. References

- Alfonso-Goldfarb, A. M. (2003) Como se daria a construção de áreas interface do saber?. Em: *Kairós*, v. 6, n. 1, páginas 55-66.
- Baroni, R. L. S. & Nobre, S. (1999) “A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática”, Em: *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*, Edited by M. A. V. Bicudo, São Paulo, Ed. UNESP, p. 129-136.
- Bartoli, C. (1564). *Cosimo Bartoli Gentil’huomo, et accademico Fiorentino, Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive, & tutte le altre cose terrene, che possono occorrere agli homini, Secondo le vere regole d’Euclide, & de gli altri piu lodati scrittori, Venetia, Francesco Franceschi Sanese.*
- Bennett, J. (1998) Practical Geometry and Operative Knowledge. Em: *Configurations*, v. 6, páginas 195-222.
- Bennett, J. (2003) Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. Em: *British Journal for the History of Science*, v. 36, n. 2, páginas 129-150.
- D’Ambrosio, U. (1993) “Etnomatemática e seu lugar na história e na pedagogia da Matemática”, Em: *Ciência e Técnica (antologia de textos históricos)*, Edited by R. Gama, São Paulo, T. A. Queiroz, p. 105-116.
- D’Ambrosio, U. (1996) *Educação Matemática: da teoria à prática*, Campinas, Papirus, 14ª edição.
- Daumas, M. (1989) *Scientific Instruments of the Seventeenth and Eighteenth Centuries*, London, Portman Books.
- Delamain, R. (1630) *Grammelogia, or, The mathematicall ring extracted from the logarythmes, and projected circular: now published in th[e] inlargement thereof unto any magnitude fit for use, shewing any reasonable capacity that hath not arithmeticke, how to resolve and worke, all ordinary operations of arithmeticke rootes, the valuation of leases, &c. the measuring of plaines and solids, with the resolution of plaine and sphericall triangles applied to the practicall parts of geometrie, horo[lographic, geographie, fortification, navigation, astronomie, &c, and that onely by an ocular inspection, and a circular motion/invented an[d] first published by R. Delamain, teacher, and student of the mathematicks, [s.l.], [s.ed.].*
- Dias, M. S. & Saito, F. (2009) Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. Em *IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Anais, Brasília, SBEM, p. G05.
- Fauvel, J. & Van Maanen, J. (2000) *History in Mathematics Education: An ICMI Study*, Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers.
- Fossa, J. A. (2009) *Matemática e medida: três momentos históricos*, São Paulo, Ed. Livraria da Física/SBHMAT.
- Furinghetti, F. (2007) Teacher education through the history of mathematics. Em *Educational Studies in Mathematics*, v. 66, páginas 131-143.

- Hackmann, W. D. (1989) "Scientific Instruments: Models of Brass and Aids to Discovery", Em: *The Uses of Experiment: Studies in the Natural Sciences*, Edited by D. Gooding, T. Pinch & S. Schaffer, Cambridge/Nova Iorque/Sidney, Cambridge University Press, p. 31-65.
- Jahnke, H. N. (2000) "The Use of Original Sources in the Mathematics Classroom", Em: *History in Mathematics Education: An ICMI Study*, Edited by J. Fauvel & J. Van Maanen, Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, p. 291-328
- Mendes, I. A. (2006) *Matemática e investigação na sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*, Natal, Flecha do Tempo.
- Mendes, I. A., Fossa, J. A. & Nápoles, J. E. (2006) *A história como um agente de cognição na educação matemática*, Porto Alegre, Sulinas.
- Miguel, A. (1997) As potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: Argumentos Reforçadores e Questionadores. Em *Zetetiké*, v. 5, n. 8, páginas 73-105.
- Miguel, A & Brito, A. J. (1996) A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. Em *Caderno Cedes*, n. 40, páginas 47-61.
- Miguel, A. et. al. (2009) *História da matemática em atividades didáticas*, São Paulo, Ed. Livraria da Física, 2ª edição.
- Oughtred, W. (1632) *The circles of proportion and the horizontall instrument. Both invented and the uses of both written in Latine by Mr. W. O. Translated into English: and set forth for the publique benefit by William Foster*, London, Augustine Mathewes.
- Saito, F. (2008) *Instrumentos de magia e de ciência: a observação mediada em De telescópio segundo a perspectiva de Giambattista della Porta*, Tese (doutorado em História da Ciência), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Turner, A. J. (1973) *Mathematical Instruments and the Education of Gentlemen*. Em: *Annals of Science*, v. 30, páginas 51-65.
- Turner, G. L'E (1998) *Scientific Instruments, 1500-1900: an Introduction*, Berkeley/Los Angeles/London, University of California Press.